

PTE Központi Könyvtár

KH 1418

# Doktori értekezés

Pauler Gábor

JPTE KTK

Gazdálkodástani

Ph.D.-képzés

1997

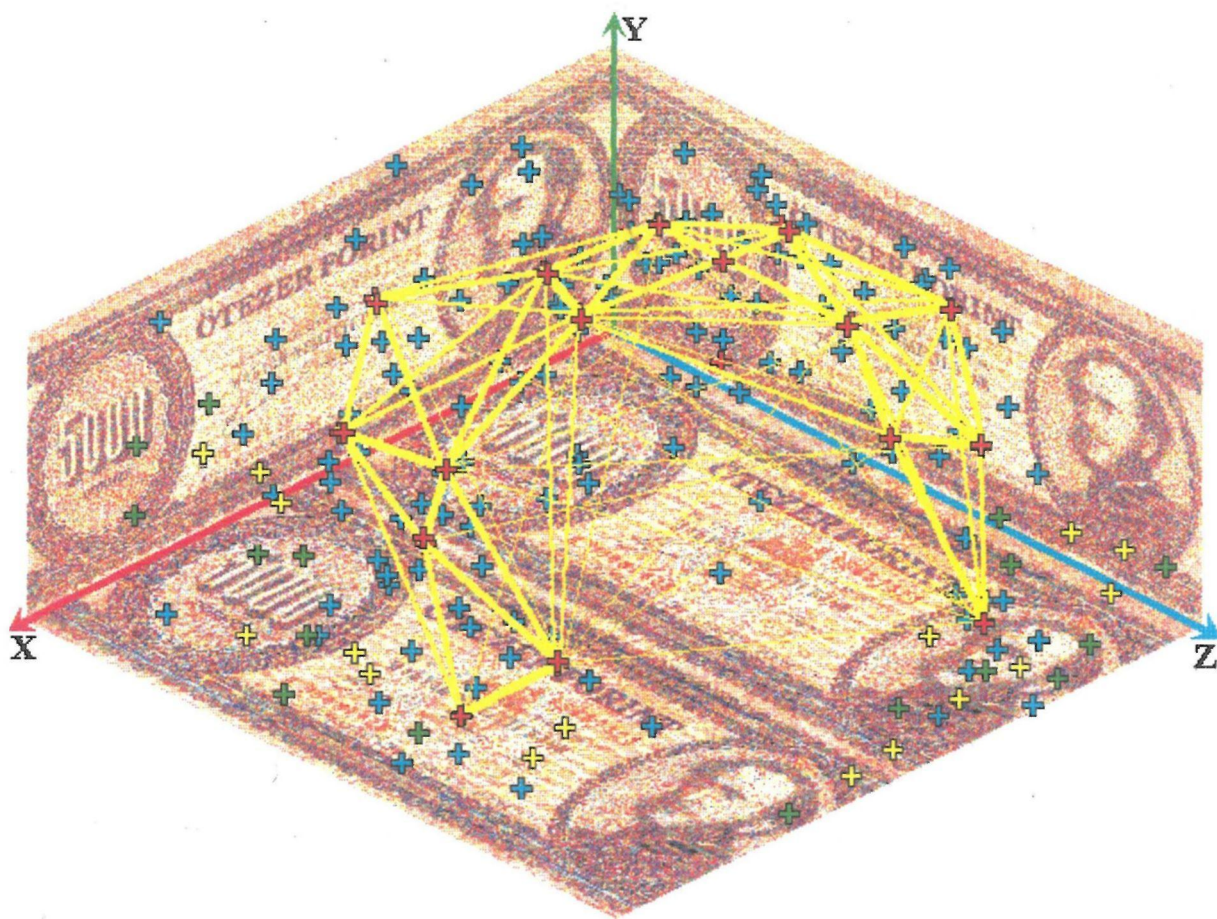


# Elnyújtott klasztereket tartalmazó multimodális eloszlások modellezése Neuro-Fuzzy módszerekkel

Doktori értekezés

Pauler Gábor

Janus Pannonius Tudományegyetem, Gazdálkodástani Ph.D.-képzés  
7622 Pécs, Rákóczi út. 80. Tel: 72-211-433 Fax: 72-233-129 e-mail: pauler@ktk.jpte.hu  
Otthoni cím: 7636 Pécs, Kiséti u. 2. II.e./9. Tel/fax: 72-445-636  
e-mail: pauler@westel900.net  
1997



PTE Egyetemi Könyvtár



P000818774

*mellettel*

Pécsi Egyetemi Könyvtár  
Közg. Tagozat  
KH 1418 sz.

## A leggyakrabban használt jelölések jegyzéke

$A_\alpha$	- A fuzzy halmaz $\alpha$ -szinthalmaza
$ A $	- A fuzzy halmaz kardinalitása
$\ A\ $	- A fuzzy halmaz relatív kardinalitása
$-A$	- A fuzzy halmaz komplementere
$A, B$	- fuzzy operanduszok
$A \cap B$	- két fuzzy halmaz metszete, alapértelmezésben minimum operátor
$A \cup B$	- két fuzzy halmaz uniója, alapértelmezésben maximum operátor
$\underline{c}_{jk}$	- a $jk$ -adik fuzzy wing bázispontja (F-Wing és Tudásfa algoritmusok)
$D_{f \times n} = (\underline{d}_1^T, \dots, \underline{d}_g^T)$	- a minta adatbázis mátrixa és a mintavektorok
$d(\underline{m}_j^T, \underline{m}_k^T)$	- két vektor euklideszi távolsága
$d(\mathbf{z}): T \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$	- a döntési térben elhelyezkedő ismeretlen eloszlás sűrűségfüggvénye
$\underline{e} = (e_1, \dots, e_s)$	- a becslés input vektora
$F_i$	- az $i$ -edik fuzzy nyelvi változó
$f_{ioi}$	- az $o_i$ -edik fuzzy érték az $i$ -edik fuzzy nyelvi változó esetében
$\mathbf{g} = (g_{s+1}, \dots, g_n)$	- az output vektor, amelynek értékeit meg kell határozni.
$i = 1..s$	- az input döntési változók indexe
$i = s+1..n$	- az output döntési változók indexe
$j, k = 1..m$	- az output neuronok, mintavektorok indexei
$M_{n \times m}$	- mezőközi szinaptikus mátrix az input és az output neuron mezők közt
$\underline{m}_j^T$	- a $j$ -edik output neuron mezőközi szinaptikus vektora
$N_{m \times m}(t)$	- az output neuronok mezőn belüli szinaptikus mátrixa
$n_{jk}$	- a $j$ -edik és a $k$ -adik output neuron közti mezőn belüli szinapszis súlya
$S(A)$	- A fuzzy halmaz tartója
$T \subset \mathbb{R}^n$	- döntési tér
$V_i$	- az $i$ -edik fuzzy változó nyelvi jelölője
$v_{ioi}$	- $f_{ioi}$ fuzzy érték nyelvi jelölője
$\underline{x}$	- az input neuron mező membrán vektora
$\underline{y}$	- output neuron mező membrán vektora
$z_i$	- az $i$ -edik éles döntési változó
$\alpha$	- a tanulási ráta csökkenésének üteme (Kohonen, Kosko-DCL-AVQ)
$\beta$	- a szomszédsági ráta csökkentésének üteme (Kohonen)
$\gamma$	- a tudásfa részletezettségi paramétere (Tudásfa)
$\chi$	- a rendszer fuzziási foka (F-Wing)
$\lambda$	- a klaszter centroidok száma (Kohonen, DCL-AVQ, Straitjacket)
$\mu_A(\mathbf{x})$	- A fuzzy halmaz tagságfüggvénye





# Tartalom

1. Bevezető	
1.1. A kutatás célja	5
1.2. Az elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési probléma típus definiálása	7
1.3. Néhány gyakran használt fuzzy alapfogalom ismertetése	8
1.4. A neurális rendszerek alapfogalmainak rövid ismertetése	9
2. A problémát kezelő jelenlegi fuzzy és neurális módszerek	
2.1. Fuzzy klaszterezés	11
2.2. Alakfeltérképező neurális hálózatok	12
2.3. Fuzzy-neurális rendszerek	13
3. Tézisek	
3.1. Straitjacket neurális rendszer	19
3.2. F-Wing fuzzy rendszer	25
4. Az algoritmus tesztje mesterségesen generált minta adatbázison	
4.1. A minta adatbázis	29
4.2. Algoritmus beállítások	29
4.3. Eredmények	30
4.4. Következtetések	30
5. Részletesebb elemzések, továbbfejlesztési lehetőségek	
5.1. A fuzziság és a valószínűség kapcsolata rendszerünkben	32
5.1.1. Konfrontáció a szubjektív valószínűségelmélettel	32
5.1.2. Kosko elmélete	36
5.1.3. Zadeh elmélete	38
5.1.4. Fuzzifikált valószínűségi mértékek használata	39
5.1.5. Fuzziság és a valószínűség kapcsolata neuro-fuzzy rendszerekben	41
5.2. Tudásábrázolás	43
5.2.1. A tudásábrázolás szerepe a fuzzy rendszerekben, kritikai elemzés	43
5.3.2. Továbbfejlesztett tudásábrázolási technikák	47
5.3.3. Tudásábrázolás a Straitjacket+F-Wing rendszerben	50
5.3. Fuzzy inputok alkalmazása	56
5.3.1. Fuzzy értékek, mint inputok	56
5.3.2. F-Wing algoritmus fuzzy inputokkal	56
5.4. Fuzzy aritmetika	59
5.4.1. Elméleti alapok	60
5.4.2. A jelenleg alkalmazott fuzzy aritmetikai módszerek	61
5.4.3. Az eddigi fuzzy aritmetikai módszerek értékelése	63
5.4.4. Szakaszonként lineáris tagságfüggvényű fuzzy számok aritmetikája	65
5.4.5. A maxmin szkelenés módszerének értékelése	68



6. A kereskedelmi banki adósminősítés, mint módszerünk egy alkalmazási területe	70
6.1. Az adósminősítés, hitelbírálat makro- és mikrogazdasági jelentősége	73
6.2. A jelenleg elterjedten használt adósminősítési módszertanok	73
6.2.1. Pénzügyi mutatószámok	73
6.2.2. Diszkriminancia-alapú modellek	77
6.2.3. Klaszterezéssel modellek	81
6.2.4. Regressziós modellek	82
6.3. Néhány magyar bank adósminősítési rendszerének összehasonlítása	85
6.3.1. A szereplők	85
6.3.2. Az elemzés eszköze	86
6.3.3. Az elemzés	86
6.4. A Straitjacket+F-Wing algoritmus tesztelése egy hitelezési adatbázison	90
6.4.1. Az adatbázis	90
6.4.2. A DCL-AVQ+FAM és a Straitjacket+F-Wing összehasonlítása	91
6.4.3. Következtetések a neuro-fuzzy rendszerek összehasonlításából	92
6.4.4. A Straitjacket+F-Wing összehasonlítása a klasszikus statisztikai módszerekkel	93
7. Összegzés	95
Irodalom	96
Angol nyelvű absztrakt	99
A függelék:	
Felhasználói tájékoztató a Straitjacket és F-Wing tesztprogramokhoz	
B függelék:	
A négy magyar kereskedelmi bank hitelbírálati rendszerét összehasonlító MERLEG1.XLS Excel-munkalap áttekintő ábrái.	
Lemézmelléklet:	
Straitjacket és F-Wing szoftvercsomag	
MERLEG1.XLS MS Excel 5.0 munkalap	

# 1. Bevezetés

## 1.1. A kutatás célja

Mind közgazdasági, mind műszaki területeken gyakoriak az olyan problémák, amikor input változók adott vektorából output változók vektorának értékeit kell megbecsülni, korábban megfigyelt, input és output változók alkotó vektorokból álló minta adatbázis segítségével. Ha az input-output térben elhelyezkedő ismeretlen eloszlás multimodális, vagyis  $d(\mathbf{z}): \mathbf{T} \subset \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$  sűrűségfüggvényének több lokális maximuma, vagy minimuma van  $\mathbf{z} \in \mathbf{T} \subset \mathbf{R}^n$  döntési tér felett, a megfigyelések homogenitását feltételező, unimodális elméleti eloszlásokat alkalmazó módszerek (pl. faktoranalízis, főkomponens-elemzés, lineáris regresszió) hatékonysága erősen romlik. Ebben az esetben olyan módszereket próbálunk meg alkalmazni, amelyek képesek kezelni a megfigyelések inhomogenitását (pl. K-közép és hierarchikus klaszterezés, diszkriminancia analízis). De ezen módszerek jó része viszont megköveteli a döntési változók homogenitását. A becslés akkor válik igazán nehézé, amikor a multimodalitás (a megfigyelések inhomogenitása) a változók közti erős függési kapcsolatokkal társul (a változók inhomogenitása). Ezt a jelenséget nevezzük több, elnyújtott klaszter jelenlétének a döntési térben.

Jelen tanulmány célja egy új neuro-fuzzy alapú heurisztika bevezetése elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési problémák kezelésére. Különböző fuzzy és neurális megközelítések gyenge pontjainak elemzése nyomán fejlesztettük ki a Straitjacket+F-Wing rendszert. A Straitjacket neurális rendszer nem felügyelt tanulási folyamatok révén alakfeltérképezést és klaszterezést végez a minta adatbázison. Az F-Wing fuzzy rendszer a Straitjacket által előállított alaktérkép alapján kalibrálja a becsléshez szükséges fuzzy Descartes-szorzatát, és becslési, valamint ismeretábrázoló felületet nyújt a felhasználó részére.

Az általunk alkotott neuro-fuzzy megközelítést az alábbi lépéseken keresztül mutatjuk be:

1. A tanulmány első részében formálisan definiáljuk az elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési probléma típust. Ezután a fuzzy és neurális elméletek alapjaira térünk ki néhány gyakran használt alapfogalom rövid ismertetése erejéig. Az elméleti alapokkal kapcsolatban lásd (Herz, Palmer, Krogh 1991), (Kosko, 1992), illetve (Zadeh, 1965), (Cox, 1994) műveit.
2. A második részben az ilyen problémákat kezelő, korábbi Fuzzy és Neurális módszerek nehézségeivel foglalkozunk. Három, az elnyújtott klaszterek felismerése terén jelentős eredményeket elért módszercsoportot mutatunk be:
  - a, Fuzzy klaszterezés, ahol az egyes megfigyelések különböző mértékben tartoznak az adott klaszterekhez, ezáltal ezek a rendszerek rugalmasabbak, mint az éles klaszterezések. A technika előnyeit és hátrányait Gustafson és Kessel ISODATA, valamint Bezdek Lineáris Variációs Módszerén mutatjuk be.
  - b, Alakfeltérképező neurális hálózatok, mint szélsőségesen multimodális, elnyújtott, konkáv klasztereket tartalmazó eloszlások modellezéseinek eszközei. A biológiai analógiákhoz erősen kötődő, és ezért csak korlátozottan használható Willshaw - von der Marlsburg rendszerből kiindulva bemutatjuk a jóval hatékonyabb, de konvergencia- és terminációs problémákkal küzdő Kohonen-féle alakfeltérképezőt, majd Bezdek javaslatait ezen hátrányok eltüntetésére.
  - c, A fuzzy és a neurális megközelítéseket kombináló rendszerek azért érdemelnek figyelmet, mert a kétféle rendszer kombinált alkalmazása csökkentheti hátrányait. A lehetséges megoldások közül számunkra az éles neurális rendszerre fuzzy döntési rendszert építő neuro-fuzzy módszerek a legfontosabbak. A Kohonen-féle alakfeltérképezés és a Kosko-féle DCL-AVQ+FAM neuro-fuzzy rendszer kritikai elemzése adta módszerünk alapötletét.
3. A harmadik részben bemutatjuk a neuro-fuzzy rendszerek szerkesztésével kapcsolatos téziseinket. Elsőként a Straitjacket neurális rendszert, ahol az aktiváció és a topológia



módosítása révén a Kohonen rendszernél konvergensebb módon történő alakfeltérképezésre törekszünk, majd az erre épülő F-Wing fuzzy rendszert, ahol célunk egy, a Kosko-féle FAM rendszernél jóval gyorsabb és hatékonyabb becslési eszköz biztosítása, fuzzy wing függvények alkalmazásával.

4. A negyedik részben becslési tesztet hajtunk végre egy mesterségesen generált adatbázison. Összehasonlításra kerül a DCL-AVQ+FAM, a Straitjacket+F-Wing, a diszkriminancia analízis, a hierarchikus és a K-közép klaszterezés hatékonysága.

5. Az ötödik részben az általunk kifejlesztett algoritmushoz kapcsolódó részproblémákat elemzünk. Ezek megoldása jelentősen kitágíthatja módszerünk alkalmazhatóságának határait:

a, A fuzziság és valószínűség kapcsolatát tárgyaló megközelítések áttekintése és kritikai elemzése után igyekszünk tisztázni, milyen kapcsolatban áll a bizonytalanságot eltérő szempontok szerint kezelő két elmélet a neuro-fuzzy rendszerek keretein belül.

b, Megvizsgáljuk, milyen lehetőségek kínálóznak a neurális rendszer által automatikusan begyűjtött tudás ábrázolására az F-Wing fuzzy rendszerben. Ezirányú kutatásainkhoz a Bouchon-Meunier által fuzzy nyelvi módosítók segítségével definiált graduális fuzzy szabályok jelentették a kiinduló alapot. Saját rendszerünkben egy Tudásfa nevű, gráf-bejáró heurisztika segítségével építünk fel elágazó graduális fuzzy szabályokat, amelyek a becslési rendszer fuzzy eredményének megjelenítésére szolgálnak.

c, Ezután bemutatjuk az F-Wing algoritmus fuzzy inputokat kezelő változatát. Ebben a rendszerben lehetőség van éles és fuzzy inputok együttes alkalmazására, a számolásigény jelentős mértékű növekedése árán.

d, Végül megvizsgáljuk, hogy a többnyire lokális jellegű információkat kezelő fuzzy rendszereket miképpen lehetne alkalmassá tenni a döntési térben megjelenő, kiterjedt hiperfelületek hatékony modellezésére. Erre a már említett graduális szabályokon kívül ígéretes lehetőséget nyújt a fuzzy aritmetika alkalmazása. Az elméleti alapok ismertetése, és a meglévő módszerek kritikai elemzése után bemutatjuk Maxmin Szkenelés nevű fuzzy aritmetikai módszerünket.

6. A hatodik részben az eddigi, tisztán elméleti fejtegetéseinket megpróbáljuk a gyakorlatban alkalmazni. Ehhez kísérleti terepül a magyar kereskedelmi bankok adósminősítését választottuk. Az adósminősítés, mint döntési probléma sok olyan módszertani érdekességet vet fel, amelyek nem kielégítő megoldása a gyakorlatban visszaüthet, katalizálva a mikro- és makrogazdasági szinten komoly károkat okozó folyamatokat (elég itt a "közkedvelt" hitelkonszolidációk előzményeire utalnunk). A döntési probléma gazdasági jelentőségének taglalása után kritikai elemzés alá vesszük a jelenleg az adósminősítésben elterjedten alkalmazott mutatószámos, diszkriminancia-alapú, klaszterezéssel és regressziós módszereket. Vizsgálódásaink elsősorban módszertani és nem pénzügyi kérdésekre koncentrálnak:

a, Néhány káros jelenséget igyekszünk egy illusztratív jellegű gyakorlati példával bemutatni: feldolgoztuk négy magyar kereskedelmi bank adósminősítési rendszerét egy Excel-munkalap segítségével. A példában egy valós vállalat mérleg- és eredménykimutatás adatain különféle manipulációkat hajtunk végre, és megvizsgáljuk ezek hatásait a minősítésekre.

b, A Straitjacket+F-Wing rendszer és az eddigi módszerek hatékonyságát egy Milánóból importált adósminősítési adatbázis segítségével vetjük össze, mert a hazai adatbázisok felhasználását megakadályozta a pénzintézetek merev, bármiféle együttműködéssel szemben a banktitok védelmére hivatkozó elutasítása. Az adatbázis, amelyen összehasonlító tesztet végzünk a klasszikus sokváltozós statisztikai módszerekkel, egy nagy japán elektronikai cég 738 észak-olaszországi viszonteladójának hitelképességgel kapcsolatos adatait tartalmazza, és egy multinacionális hitelminősítő cég bocsátotta rendelkezésünkre kutatási célokra.

7. A tanulmányhoz mellékeljük az adósminősítési rendszereket tartalmazó Excel-munkalapot, a Straitjacket+F-Wing teszt szoftver csomagot, és ennek felhasználói tájékoztatóját.

## 1.2. Az elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési probléma típus definiálása

A döntési probléma definiálásakor a következő jelöléseket alkalmazzuk:

$i = 1..s$  - a döntési változók indexe  $\underline{e}$  input vektorban

$i = s+1..n$  - a döntési változók indexe  $\underline{g}$  output vektorban, amelynek értékeire becslést kell adni  
 $0 < s < n$

$j, k = 1..m$  - az adatvektorok indexe a minta adatbázisban

$z_i$   $i = 1..n$  - döntési változók

$T \subset \mathbb{R}^n$  euklideszi tér - döntési tér

$D_{n \times m} = (\underline{d}_1, \dots, \underline{d}_m)$ ,  $\underline{d}_j \in T \subset \mathbb{R}^n$ ,  $j = 1..m$  - a minta adatbázis mátrixa, a korábbi megfigyelések vektoraival

$\underline{e} = (\underline{e}_1, \dots, \underline{e}_s)$  - az input változók vektora

$\underline{g} = (\underline{g}_{s+1}, \dots, \underline{g}_n)$  - az output változók vektora

A multimodalitás definíciója:

A döntési térben fekvő ismeretlen eloszlás  $\underline{d}(\underline{z}): T \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  sűrűségfüggvényének több lokális maximuma, vagy minimuma van  $\underline{z} \in T \subset \mathbb{R}^n$  döntési tér felett:

$$\exists \underline{z}_u \quad u = 1..v \text{ és } \varepsilon > 0 \text{ ahol } (\underline{d}(\underline{z}_u) \geq \underline{d}(\underline{z})) \text{ XOR } (\underline{d}(\underline{z}) \geq \underline{d}(\underline{z}_u)), \forall \underline{z} \in U(\underline{z}_u) \cap T \quad (1.1)$$

ahol:

$\underline{z}_u$  - a sűrűségfüggvény szélsőérték helyei

$U(\underline{z}_0)$  a  $\underline{z}_0$  vektor  $\varepsilon$  sugarú környezete

Az elnyújtott klaszterek definíciója:

A minta adatbázis megfigyeléseiből álló csoportok, klaszterek a döntési tér egymást átfedő, nem kompakt, gyakran nem konvex részhalmazaiiban helyezkednek el. Formális definíciót a lehetséges csoportok külső és belső szórásának viszonya alapján adhatunk. Legyen:

$l, r = 1..o$  -  $D$ -nek, mint a mintavektorok halmazának nem üres, diszjunkt részhalmazainak indexe

$G_l = \{\underline{d}_{l1} \in D, \dots, \underline{d}_{l|G_l|} \in D\}$  -  $D$  nem üres, diszjunkt részhalmazai, csoportjai

$\forall G_l \subset D, \forall G_l \neq \emptyset, l = 1..o, r = 1..o, G_l \cap G_r = \emptyset \mid l \neq r$

$z_l$  -  $G_l$  csoport elemeinek a száma

$\underline{a}_l$  -  $G_l$  csoport átlaga:

$$\underline{a}_l = \frac{1}{z_l} \sum_{lj=1}^{z_l} \underline{d}_{lj} \quad (1.2)$$

$\underline{a}$  -  $D$  átlaga:

$$\underline{a} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \underline{d}_j \quad (1.3)$$

Feltételezzük, hogy  $D$  mintaadatbázis elnyújtott klasztereket tartalmaz:

$$VAR_{int} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^o \left\| \underline{d}_{jl} - \underline{a}_l \right\|^2 \approx VAR_{ext} = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^o z_l \left\| \underline{a}_l - \underline{a} \right\|^2 \quad (1.4)$$

$\forall \{G_1, \dots, G_o\} \mid (l = 1..o, r = 1..o, G_l \subset D, G_l \neq \emptyset, G_l \cap G_r = \emptyset \mid l \neq r), 1 < o \ll m$

$VAR_{int}$  csoportokon belüli variancia erősen megközelíti  $VAR_{ext}$  csoportközi varianciát, minden lehetséges csoportosításnál, feltéve, hogy a csoportok száma  $1 < o \ll m$ .



### 1.3. Néhány gyakran használt fuzzy alapfogalom ismertetése

**1. Fuzzy halmaz:** olyan halmaz, amelynek elemei különböző mértékben tartoznak a halmazhoz.

$$A = \{ [x, \mu_A(x)] \mid x \in X \} \quad (1.5)$$

ahol:

$A$  - fuzzy halmaz

$X$  - a fuzzy halmaz alaphalmaza

$\mu_A(x)$  -  $x$  alaphalmaz-elem tagságfüggvénye

**2. Normalizált fuzzy halmaz:** a tagságfüggvény értéke a  $[0,1]$  intervallumba esik

$$\mu_A(x) \in [0,1], \forall x \in X \quad (1.6)$$

**3. Fuzzy halmaz tartója:** a fuzzy halmaz alaphalmazának olyan részhalmaza, ahol a tagságfüggvény értéke nagyobb mint 0.

$$S(A) = \{ x \in X \mid \mu_A(x) > 0 \} \quad (1.7)$$

**4. Fuzzy halmaz  $\alpha$ -szinthalmaza:** a fuzzy halmaz alaphalmazának olyan részhalmaza, ahol a tagságfüggvény értéke nagyobb vagy egyenlő  $\alpha$ -val (nem szigorú esetben).

-szigorú eset:

$$A_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_A(x) > \alpha \} \quad (1.8)$$

-nem szigorú eset:

$$A_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha \} \quad (1.9)$$

**5. Fuzzy halmaz kardinalitása:** a tagságfüggvény alatti terület.

-folytonos esetben:

$$|A| = \int_X \mu_A(x) dx \quad (1.10)$$

-diszkrét esetben:

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x) \quad (1.11)$$

**6. Fuzzy halmazok metszete:**

$$C = \{ [ (A \cap B), \mu_C(x)] \mid \mu_C(x) = \min [ \mu_A(x), \mu_B(x) ], \forall x \in X \} \quad (1.12)$$

**7. Fuzzy halmazok uniója:**

$$C = \{ [ (A \cup B), \mu_C(x)] \mid \mu_C(x) = \max [ \mu_A(x), \mu_B(x) ], \forall x \in X \} \quad (1.13)$$

**8. Fuzzy halmaz relatív kardinalitása:** a fuzzy halmaz kardinalitása és az alaphalmazának kardinalitása közti arány.

$$||A|| = |A| / |X| \quad (1.14)$$

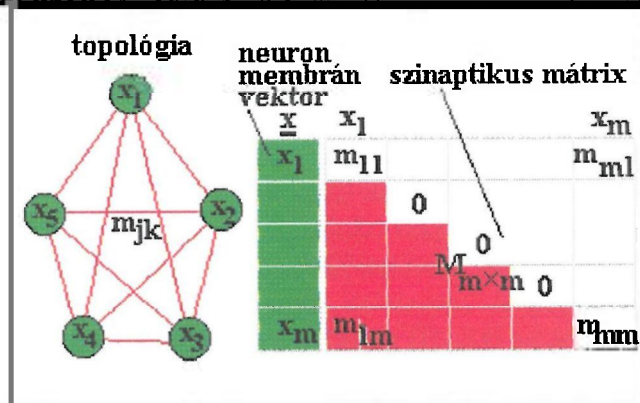
**9. Fuzzy halmaz komplementere:**

$$\neg A = \{ [x, \mu_{\neg A}(x)] \mid x \in X, \mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x) \} \quad (1.15)$$

## 1.4. A neurális rendszerek alapvető fogalmainak rövid ismertetése

A **neurális rendszer** olyan dinamikus rendszer, amely **neuronoknak** nevezett, időben változó valós értékek megszámlálhatóan véges, indexelt halmazából, valamint a neuronok közti, időben szintén változó valós súlyokkal ellátott összeköttetésekből, a **szinapszisokból** áll. A neuronok és a szinapszisok összességét **neurális hálózatnak**, ennek szerkezetét **topológiának** nevezzük. A topológia grafikusán olyan gráffal szemléltethető, ahol a csomópontok a neuronok, az azokat összekötő élek a szinapszisok (lásd 1.1. ábra):

1.1. ábra A neurális hálózat legáltalánosabb topológiája



Egy adott neuron aktuális értékét **membrán értéknek** nevezzük, ezen értékek halmaza a **neuron membrán vektor**. A neuronok halmazának részhalmazait **neuron mezőknek** nevezzük. Azon neuronok, amelyek membrán értéküket a neurális rendszeren kívülről kapják inputokként, az **input neuronok**. Minden neuron a membrán értékétől függően valós értékű **jelzést** ad ki a vele összeköttetésben álló más neuronok felé. A membrán érték és a jelzési érték közti kapcsolatot az adott neuron  $S_j: \mathbb{R} \rightarrow [l_j, h_j] \in \mathbb{R}$  jelzési függvénye írja le:

$$s_j(t) = S_j(x_j(t)) \quad (1.16)$$

ahol:

$t = 1..T$  - az időperiódusok indexe és száma

$j = 1..m$  - neuronok indexe és száma

$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))$  - neuron membrán vektor a  $t$ -edik periódusban

$S_j$  - a  $j$ -edik neuron jelzési függvénye

$l_j, h_j$  - alsó és felső jelzési korlát a  $j$ -edik neuronnal

A jelzési függvény mindig nem szigorúan monoton növekvő, és általában alulról, felülről korlátos, nem lineáris. A leggyakrabban alkalmazott jelzési függvények:

Határérték:

Logisztikus:

Tangens hiperbolikus:

$$S_j(x_j(t)) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x_j(t) > c \\ s_j(t-1) & \text{ha } x_j(t) = c \\ 0 & \text{ha } x_j(t) < c \end{cases} \quad (1.17)$$

$$S_j(x_j(t)) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha_j(t)}} \quad (1.18)$$

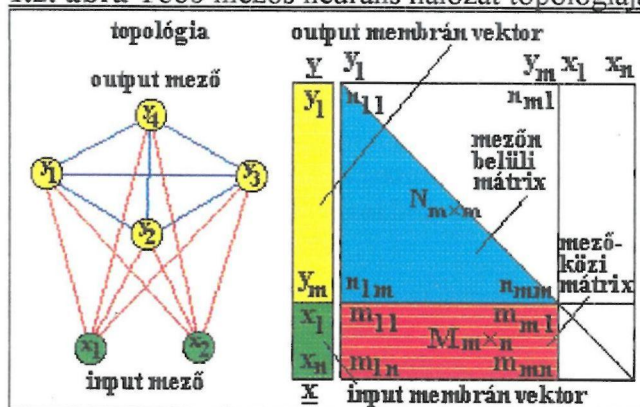
$$S_j(x_j(t)) = \frac{e^{\alpha_j(t)} - e^{-\alpha_j(t)}}{e^{\alpha_j(t)} + e^{-\alpha_j(t)}} \quad (1.19)$$

Azon neuronokat, amelyek a külvilág felé valós értékű jelzéseket, outputokat adnak, **output neuronoknak** nevezzük.

A neuronokat összekötő szinapszisok összessége a **szinaptikus mátrix**. A neuronok közti szinapszisok lehetnek kétirányúak (a mátrix szimmetrikus) és egyirányúak (a mátrix nem szimmetrikus). A neuronok lehetnek **teljesen-** vagy **részlegesen összecsatoltak**. A hálózat lehet **egy-** vagy **több mezős** (lásd 1.2. ábra):



1.2. ábra Több mezős neurális hálózat topológiája



Több mező esetén az inputokat fogadó mező az **input mező**, az outputokat kiadó mező az **output mező**, köztük egy vagy több **rejtett mező** helyezkedhet el. Több mezős hálózatok esetén megkülönböztetünk azonos mezőhöz tartozó neuronokat összekapcsoló **mezőn belüli** szinapszisokat, és eltérő mezőbeli neuronok közti **mezőközi** szinapszisokat. Ennek megfelelően a szinaptikus mátrixot is mezőn belüli és mezőközi részekre particionáljuk. Ha az input és az output mező közt kizárólag egyirányú összeköttetések vannak, azt **előreccsatolásnak**, ha kétirányúak is vannak azt **visszacsatolásnak** nevezzük. A kétirányú, teljesen összecsatolt hálózatot **Bidirekcionális Asszociatív Memóriának** (BAM) nevezzük.

**Aktivációs mechanizmus** az a ciklusos folyamat, melynek során a neurális rendszer a kapott inputokból outputokat állít elő: a neuronok membrán értékei a jelzési függvényeken keresztül jelzéseket generálnak, amelyek a súlyozott összeköttetéseken keresztül áramlanak más neuronok felé. A neuronok a hozzájuk beérkezett jelzéseket a membrán értékekben összegzik, amelyek új jelzéseket generálnak, stb. Az aktiváció egy adott lépésben  $\underline{x}(t)$  membránvektor  $\mathbf{M}_{m \times m}(t)$  szinaptikus mátrixon keresztül  $\underline{x}(t+1)$ -be történő leképezését jelenti. A legegyszerűbb az additív aktivációs mechanizmus:

$$x_j(t+1) = \sum_{k=1}^m S_k(x_k(t)) \times m_{jk}(t) \quad j = 1..m \quad (1.20)$$

ahol:

$m_{jk}(t)$  - a  $j$ -edik neuronból a  $k$ -adik neuron felé irányuló összeköttetés súlya a  $t$ -edik periódusban.

Az aktiváció történhet **szinkronizált** módon (minden neuron jelzést ad egy perióduson belül) és **aszinkron** módon. Az aktiváció nem változtatja meg a szinaptikus súlyokat.

**Tanulási mechanizmusnak** nevezzük azt a folyamatot, melynek során a neurális rendszer a szinaptikus súlyokat változtatja, azért, hogy az aktiváció az adott inputokból a megfelelő outputokat állíthassa elő. A tanulás egy adott lépésben  $\underline{x}(t) \cdot \mathbf{M}_{m \times m}(t)$  keresztül  $\mathbf{M}_{m \times m}(t+1)$ -be történő leképezését jelenti. Az egyik legegyszerűbb mechanizmus a Hebb-féle tanulási törvény:

$$\Delta m_{jk} = \alpha \times -m_{jk}(t) + \beta \times S_j(x_j(t)) \times S_k(x_k(t)) \quad j = 1..m, k = 1..m \quad (1.21)$$

ahol:

$\alpha$  - a régebbi ismeretek felejtési rátája

$\beta$  - tanulási ráta

A tanulás lehet **felügyelt** (előre megadott input-output párok) és **nem felügyelt** tanulás.

Az inputok bevitele után a BAM-ok iterációs lépések sorozatán keresztül olyan egyensúlyi állapot felé konvergálnak, ahol megadhatók olyan intervallumok, melyekből a membránértékek és szinaptikus súlyok a továbbiakban már nem lépnek ki (**Ljapunov-stabil** állapot). Ezek a **stabilitási helyek** a rendszer **Ljapunov-függvényének** minimumhelyeinél találhatók.

$$L(t) = - \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m S_j(x_j(t)) \times S_k(x_k(t)) \times m_{jk}(t) \quad (1.22)$$

## 2.A problémát kezelő jelenlegi neurális és fuzzy módszerek

### 2.1. Fuzzy klaszterezés

A jelenlegi módszerek első csoportja a fuzzy klaszterezés, ahol a megfigyelések különböző tagsági értékekkel tartoznak a különböző klaszterekhez. (az első részben alkalmazott jelölések továbbra is érvényesek):

$l = 1..L$  - a klaszter centroidok indexe és száma

$\underline{m}_1, \dots, \underline{m}_L$  - a klaszter centroidok koordináta vektorai

$f_{lj}$  - a  $j$ -edik mintavektor tagsági foka az  $l$ -edik klaszterben, a következő tulajdonságokkal:

$$1 \geq f_{lj} \geq 0 \quad (2.1) \quad \sum_{l=1}^L f_{lj} = 1 \quad (2.2) \quad \sum_{j=1}^m f_{lj} > 0 \quad (2.3)$$

A fuzzy klaszterezés korai változatainál (Dunn, 1974) a klaszter centroidok és a mintavektorok tagsági értékkel súlyozott távolságait minimalizálták:

$$\text{MIN} \left( \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^m f_{lj}^2 (\|\underline{d}_j - \underline{m}_l\|)^2 \right) \quad (2.4)$$

Gustafson és Kessel (Gustafson, 1979) továbbfejlesztették ezt a célfüggvényt, pozitív definit, szimmetrikus mátrixokat alkalmazván a különböző klaszterek eltérő alakjának modellezésére.

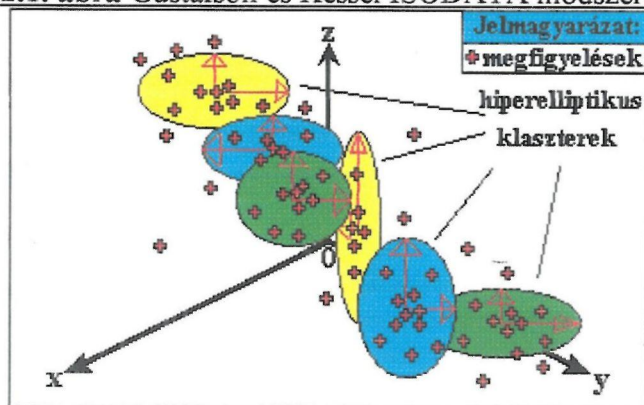
$$\text{MIN} \left( \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^m f_{lj}^2 (\underline{d}_j - \underline{m}_l)^T A_j (\underline{d}_j - \underline{m}_l) \right) \quad (2.5)$$

ahol:

$A_j$  -  $n \times n$ -es szimmetrikus, pozitív definit mátrixok

Módszerük különböző alakú hiperelliptikus klaszterekkel dolgozik (lásd 2.1. ábra), így hatékony alkalmazhatóságának köre tágabb az éles klaszterezéseknél.

2.1. ábra Gustafson és Kessel ISODATA módszere



Bezdek (Bezdek et al, 1981) egy másik fontos lépést tett, amikor a Lineáris Variációk algoritmusban lineárisan független vektorrendszerek segítségével a klaszter centroidokon átmenő,  $r$ -dimenziós hipersíkokat definiált:

$$V_{lr} = \left\{ \underline{w} \in R^n \mid \underline{w} = \underline{m}_l + \sum_{i=1}^r t_i \underline{s}_i, t_i \in R \right\} \quad (2.6)$$

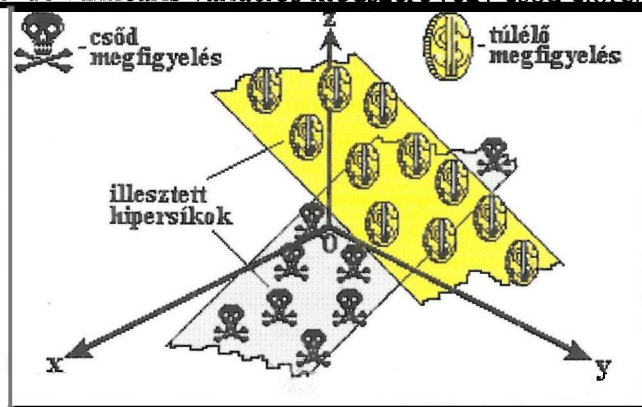
ahol:

$\underline{s}_i$   $i = 1..n$  - lineárisan független vektorrendszer,  $n \geq r \geq 1$

$$\text{MIN} \left( \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^L f_{lj}^2 \left( (\underline{d}_j - \underline{m}_l)^T (\underline{d}_j - \underline{m}_l) - \sum_{i=1}^r (\underline{d}_j - \underline{m}_l)^T \underline{s}_i \right) \right) \quad (2.7)$$

A célfüggvény a mintavektorok és a hipersíkok tagsággal súlyozott távolságait minimalizálja, így a módszer  $r$ -dimenziós hipersík alakú klasztereket kezel (lásd 2.2. ábra). Ezen megközelítés hátránya, hogy minden klaszter dimenziószámának meg kell egyeznie.

**2.2. ábra** Bezdek Lineáris variációs módszere (egy csőd előrejelzési példán)



Bezdek (Bezdek et al, 1981) kísérletet tett centroiddal ellátott, konvex sokszög alakú klaszterek modellezésére a hiperelliptikus és a lineáris variációs módszer konvex lineáris kombinációja révén.

## **2.2. Alakfeltérképező neurális hálózatok**

A lehetséges módszerek második csoportja az alakfeltérképezés. Ezen módszerek alapötlete az, hogy képezzük le a  $\mathbf{Z} \subset \mathbf{R}^s$  input tér  $\underline{z}_1, \underline{z}_2 \in \mathbf{Z}$  pontjait a  $\mathbf{Z}' \subset \mathbf{R}^{(n-s)}$  output tér  $\underline{z}'_1, \underline{z}'_2 \in \mathbf{Z}'$  pontjaiba, oly módon, hogy egymáshoz hasonló inputok ( $d(\underline{z}_1, \underline{z}_2) < \varepsilon$ ) egymáshoz az output térben egyre közelebb eső outputokat generáljanak ( $d(\underline{z}'_1, \underline{z}'_2) \rightarrow 0$ ). (A  $d$  itt sokféle távolsági formulát jelenthet.)

A korai alakfeltérképező algoritmusok jellegzetes példája a Willshaw - von der Marlsburg-féle (a továbbiakban W-M) algoritmus (Willshaw, 1976), amely szorosan kötődik biológiai analógiákhoz: az emlősök agyának vizuális kortexében található, teljes előreccsatolással összekötött neuronmezők működését próbálja szimulálni.

**Topológia:** A W-M két neuronmezős hálózat (input és output mezők, lásd 2.3. ábra). Minden valós membrán értékű input neuronhoz egy meghatározott input térbeli pozíciót rendelünk, hasonlóképpen a valós membrán értékű output neuronokhoz egy-egy output térbeli pozíciót. Mind az input mind az output neuronok egy-egy hiperkocka-cellákból álló térrácsba rendezettek az input, illetve output térben, a rácsok pontjai közt euklideszi távolságok mérhetők. Az input és output neuronok logisztikus jelzési függvényekkel rendelkeznek. Az input és output mező közt teljes előreccsatolás áll fenn. Az output mező neuronjai teljesen összecsatoltak egymással kompetitív, mezőn belüli szinapszisokkal, amelyek az összekötött output neuronok output térben mért euklideszi távolsága alapján súlyozottak egy "mexikói kalap" karakterisztika alapján.

**Tanulás:** A tanulás során az output mező mezőn belüli szinapszissai, valamint az input és output neuronok térkoordinátái konstansok, a tanulás csak a mezőközi szinaptikus súlyokat változtatja az egyszerű Hebb-féle tanulási törvény alapján.



$$\Delta m_{ij} = S_i(x_i) \times S_j(y_j) \quad (2.8)$$

ahol:

$x_i$  - az  $i$ -edik input neuron membrán értéke

$y_j$  - a  $j$ -edik output neuron membrán értéke

$S_i$  - az  $i$ -edik input neuron jelzési függvénye

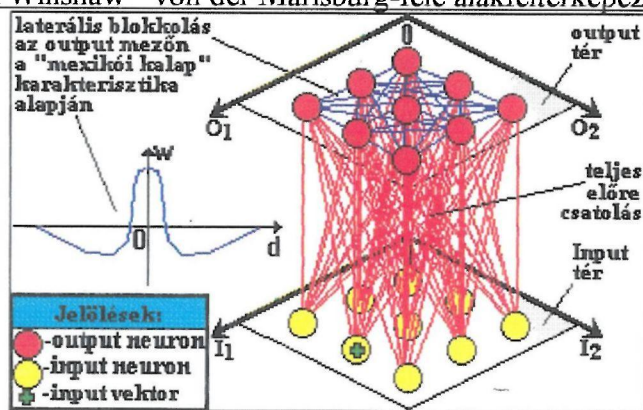
$S_j$  - a  $j$ -edik output neuron jelzési függvénye

$m_{ij}$  - az  $i$ -edik input és  $j$ -edik output neuront összekötő mezőközi szinapszis súlya

**Aktiváció:** Az aktuális input vektorhoz az input térben legközelebb eső input jelzést ad ki a teljes előrecsatoláson keresztül az output mező felé. Az output mező - kompetitív jellege folytán - egy output neuron membrán értékét felemeli, a többiét csökkenti. Ezen output neuron output térbeli pozíciója lesz az output vektor.

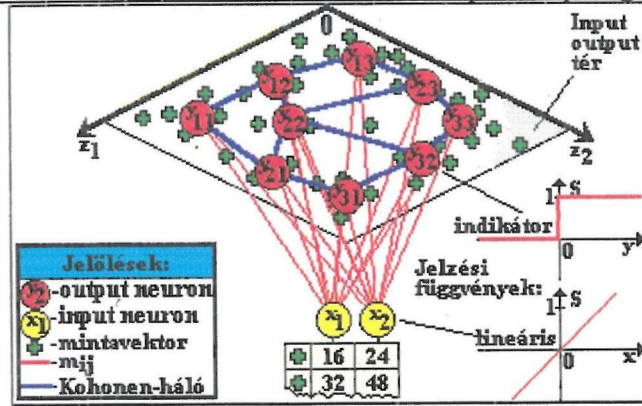
Az algoritmust két dimenziós input térből két dimenziós output térbe történő leképezés során tesztelték, amikor különböző meredekségű egyeneseket kellett azonosítani. A tapasztalatok szerint bizonyos egyenesek esetén, amelyek határhelyzetben voltak az előre betanított egyenesek közt, a leképezés folytonossága megbomlott, sajátos "törések" és "csavarodások" jelentkeztek az egyenesek leképezett képében. Willshaw ezért kijelölt bizonyos input-output neuron párokat, mint polarizációs markereket, amelyek közti szinapszisok súlyát nagy konstans értéknek vette. Ezekkel a markerekkel bizonyos pontokon rögzítésre kerül a leképezés, elejét véve a töréseknek és csavarodásoknak. Amari (Amari, 1980) szerint a jelenség kivédésére sokkal hatékonyabb megoldás a "mexikói kalap" karakterisztikák dimenziónkénti súlyozása. A W-M algoritmus legszembetűnőbb hátránya a szükséges neuronok és szinapszisok nagy száma és az ezzel járó óriási számolási igény, amely a biológiai analógiákhoz történő ragaszkodás egyenes következménye. Emiatt magasabb dimenziószámú döntési térben történő működtetésének nincs realitása.

**2.3. ábra** A Willshaw - von der Marlsburg-féle alakfeltérképező topológiája



Kohonen Alakfeltérképező Neurális Hálózata (Herz, Palmer, Krogh, 1991) az egyik leghatékonyabb alakfeltérképező módszer. Szemben a W-M algoritmussal, amelyek az egész input- és output teret "beteríti" neuron-mátrixokkal, jelentősen megemelve a számolási igényt, Kohonen az output neuronokat egy deformálódó, hiperkocka-cellákból álló térrácsba rendezte (lásd 2.4 ábra). Ez a Kohonen-háló elasztikus rácsként deformálódva próbálja modellezni az input-output térben fekvő, ismeretlen eloszlás sűrűségfüggvényének alakját, így hatékonyabban felismeri a folytonosságokat a klaszterek elhelyezkedésében.

2.4. ábra A Kohonen-féle alakfeltérképező topológiája



**Topológia:** A hálózat két mezőből áll. A mintavektorokat egymás után betöltjük az input mezőbe, amely  $i$  darab, lineáris jelzési függvényű neuronból áll (a korábbi jelölések továbbra is érvényesek). Így ezek változatlan formában továbbítják az adatokat az output mező felé, teljes előrecsatoláson keresztül. Az output mezőn  $\lambda$  darab valós értékű, indikátor jelzési függvényű neuron található (lásd (2.9)). Az output neuronok  $\underline{m}_i$  mezőközi szinaptikus vektorait az input-output tér koordinátaiként is értelmezzük. Az output mezőn nincsenek mezőn belüli szinapszisok, de az output neuronok 1 vagy 2 dimenziós, a tanulás során eltorzuló hiperkocka-cellákból álló térrácsba rendezettek, amelyet Kohonen-hálónak nevezünk. Az output neuronoknak így  $\underline{r}_i$  rácskoordinátaik is vannak, amelyek teljesen függetlenek a térkoordinátaiktól. Bármely két output neuron közt szomszédsági mérték mérhető a rácskoordinátaik alapján.

**Tanulás és aktiváció:** A Kohonen algoritmus egy heurisztika optimalizációs kritérium nélkül. Minden iterációs lépésben egy új mintavektort töltünk be az input mezőre. Az ehhez legközelebb eső térkoordinátájú output neuron lesz a győztes (2.9). Csak a győztes és a Kohonen-hálóban legközelebb eső szomszédai fognak tanulni, a térkoordinátaik módosításán keresztül (2.10):

$$l^* = l \left\| \underline{d}_j - \underline{m}_l(t) \right\| = \underset{k=1}{\overset{\lambda}{\text{MIN}}} \left( \left\| \underline{d}_j(t) - \underline{m}_k(t) \right\| \right) \quad (2.9)$$

$$\Delta \underline{m}_l = t^{-\alpha} \times \exp \left( \frac{-|\underline{r}_l - \underline{r}_{l^*}|^2}{2(t^{-\beta})^2} \right) \times (\underline{d}_j(t) - \underline{m}_l(t)), \forall l \quad (2.10)$$

ahol:

$l = 1.. \lambda$  - az output neuronok indexe és száma

$\underline{r}_{l^*}$  - a győztes neuron rácskoordinátája

$\underline{r}_l$  - más output neuronok rácskoordinátái

$\underline{d}_j(t)$  - a  $t$ -edik iterációs periódusban az input mezőbe töltött mintavektor

$\alpha$  - a tanulási ráta csökkentésének koefficiense

$\beta$  - a szomszédság csökkentésének koefficiense

Az algoritmus konvergenciájának javítása érdekében a tanulási rátát és a szomszédságot folyamatosan csökkentjük az iteráció során. Az iterációt akkor állítjuk meg, amikor az output neuronok térkoordinátainak aggregált változása kisebb lesz egy előre definiált értéknél.



A módszernek a fentebb említett előnyei mellett komoly hátrányai vannak:

- Az output erősen függ a mintavektorok sorrendjétől, mivel a feldolgozás nem párhuzamosan történik.

- Az algoritmus terminációja egy "külsődleges" feltételen alapul, a Kohonen-háló aktuális helyzetét nem veszi figyelembe.

- Az iteráció konvergenciája elég bizonytalan. Különböző tesztek végeztek (Herz, Palmer, Krogh, 1991) egy L-alakú 2-dimenziós felületen véletlenül elhelyezett pontok egy dimenzióba történő leképezésére, a felület Peano-görbéjének meghatározása céljából. Az input adatok kismértékű változtatása az "L" sarkánál komoly zavarokat okozott a konvergenciában. Geszti (Geszti, 1987) még súlyosabb problémákat tapasztalt két dimenziós háló használata esetén, ezért a Kohonen-féle szomszédsági formula dimenziókénti súlyozását javasolta. Bezdek és Tsao (Bezdek et al, 1992) az általuk alkotott Fuzzy Kohonen Klaszterező Hálózatnál egyedileg próbálta meghatározni a tanulási rátát minden egyes output neuronhoz, fuzzy klaszterezés során nyert súlyok segítségével. Ezáltal, hatékonyabb algoritmust kaptak jobb konvergencia- és terminációs feltételekkel.

Téziseinkben a fenti problémákat a Kohonen-féle neurális hálózat topológiájának és aktivációjának módosítása révén próbáljuk megoldani.

## **2.3. Fuzzy-neurális rendszerek**

A módszerek harmadik csoportját a fuzzy-neurális elméletek alkotják. Ezek alapötlete az, hogy a kétféle rendszer komplementer jellegű hátrányait kombinálásuk révén kell eltüntetni. A fuzzy rendszerek előállításának legdrágább, legidőigényesebb és a legtöbb hibalehetőséget rejtő pontja a szakértőktől történő tudásbeszerzés. A neurális rendszerek ezzel szemben igen hathatós eszközök automatikus, nem felügyelt tanulás végrehajtására. De mintafelismerési, stb. feladatuk végrehajtásán túl nem képesek a megszerzett tudás ábrázolására, a döntés megindoklására, az output "környezetének" megjelenítésére. A neurális rendszerek tehát "fekete dobozként" viselkednek a felhasználó szempontjából, "throughput"-juk rejtve marad. A fuzzy rendszereknek viszont ezeken a területeken meglehetősen erősek. A fuzzy és neurális rendszerek összekapcsolására többféle lehetőség kínálkozik (Gupta-Qui, 1992):

1.- Fuzzy-neurális modellek: fuzzy halmazok és operátorok összekapcsolása súlyozott szinapszisokkal: Romaniuk és Lawrence (Romaniuk, 1992) egy fuzzy információ-aggregációs módszert fejlesztettek ki, ahol a fuzzy operátorok, mint neuronok egy több mezős, teljes előrecsatolású hálózatba vannak rendezve, és az adott neuronnál alkalmazott operátor típusa (ÉS, VAGY, NEM) felügyelt tanulás során módosul. Megközelítésük a Zimmermann-Zysno-féle (Zimmermann, 1983) manuális tudásbeszerzésen alapuló hierarchikus fuzzy információ aggregációs módszer továbbfejlesztése. Zimmermann súlyozott fuzzy halmazok közt épített fel hierarchiát  $\gamma$ -operátorok segítségével (lásd (2.11)). A súlyok és  $\gamma$ -értékek szakértői interjúk sorozatán keresztül kerültek beállításra.

$$\mu_0(z_{s+1}) = \left( \prod_{i=1}^s (\mu_i(z_i))^{\delta_i} \right)^{1-\gamma} \left( 1 - \prod_{i=1}^s (\mu_i(z_i))^{\delta_i} \right)^{\gamma} \quad (2.11)$$

ahol:

$z_i$  - éles döntési változók

$\mu_i(z_i)$  - a fuzzy halmazok tagságfüggvényei

$\delta_i$  - a fuzzy halmazok súlyai

Mindkét fuzzy rendszer olyan, az outputok becsléséhez szükséges fuzzy Descartes-szorzatot generál, aminek  $\alpha$ -szinthalmazai nemlineáris de monoton hiperfelületek. Ez azért van, mert mindkét rendszerben kivétel nélkül monoton operátorokat és a maximumhelyüktől balra monoton növekvő, jobbra monoton csökkenő tagságfüggvényeket alkalmaztak. A módszereket hitelminősítési problémákon tesztelték, ahol a nemlineáris, monoton, fuzzy kontroll-felület használata kibővítette a modellezési lehetőségeket a hagyományosan használt diszkriminancia-analízis éles, lineáris kontroll-felületeihez képest. Kérdéses azonban, hogy a monoton kontroll felület megfelelő-e elnyújtott klasztereket, nagyfokú multimodalitást és sok konkáv részletet tartalmazó hiperfelülettel leírható sűrűségfüggvényű eloszlások modellezésekor.

2.- Éles neurális hálózatok fuzzifikációja: (lásd a Fuzzy Kohonen Klaszterező Hálózatot fentebb).

3.- Neuro-fuzzy rendszerek, amelyek éles neurális hálózatok segítségével állítanak össze fuzzy becslési rendszereket. Kosko DCL-AVQ+FAM algoritmus (Kosko, 1992a) az általunk alkotott módszer kiindulópontja. Kosko alapötlete az volt, hogy egy differenciális-kompetitív tanulást tartalmazó Adaptív Vektor Kvantizációs neurális hálózatot (DCL-AVQ) kell alkalmazni nem felügyelt tanulás végrehajtására. Ez a hálózat kalibrálja egy Fuzzy Asszociatív Memória (FAM) nevű fuzzy rendszer becsléshez szükséges fuzzy Descartes-szorzatát, elkerülve vagy minimalizálva a rendkívül drága manuális tudásbeszerzést. A FAM nemcsak becslést végez, de tudás-megjelenítő felületet képez a felhasználó részére. A DCL-AVQ vázlatos szerkezete:

**Topológia:** A DCL-AVQ topológiája meglehetősen hasonló a Kohonen-rendszeréhez (ezért ugyanazokat a jelöléseket alkalmazzuk) kivéve, hogy az output neuronok teljesen összecsatoltak azonos, konstans blokkoló szinapszisokkal, és nincsenek térrácsba rendezve.

**Tanulás és aktiváció:** Az output neuronok száma megegyezik a mintavektorok számával. Kezdekor minden output neuront egy mintavektor térbeli pozíciójára helyezünk. A mintavektorokat szekvenciálisan betöltjük az input mezőre az iteráció során. A legközelebb eső output neuron lesz a győztes (2.12). Ez a mintavektor felé mozdul, viszont a blokkoló szinapszisokon keresztül igyekszik távolabb tolni minden más output neuront.

$$S_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \|\underline{d}_j - \underline{m}_j(t)\| = \underset{k=1}{\overset{\lambda}{\text{MIN}}}(\|\underline{d}_j(t) - \underline{m}_k(t)\|) \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\Delta \underline{m}_j = t^{-\alpha} \times (S_j(t-1) - S_j(t)) \times (\underline{d}_j(t) - \underline{m}_j(t)) \quad (2.13)$$

ahol:  $\lambda = m$

$\underline{d}_j(t)$  - a t-edik iterációs periódusban az input mezőbe töltött mintavektor

$\alpha$  - a tanulási ráta csökkentési üteme

Az algoritmus terminációja megegyezik a Kohonen-rendszerével. Záráskor az output neuronok a minta adatbázis klaszter centroidjai körül tömörülnek.

A FAM rendszer alapvonalai a következők: Először, azonos alaphalmazzal bíró fuzzy értékekből előre definiált fuzzy nyelvi változókat állítunk össze, minden éles döntési változó szerint:

$z_i$   $i = 1..n$  - az i-edik éles döntési változó

$F_i = \{f_{ioi} \mid o_i = 1..p_i\}$  - az i-edik fuzzy nyelvi változó

$o_i = 1..p_i$  - a fuzzy értékek indexe és száma az i-edik fuzzy nyelvi változó esetében

$f_{ioi} = \{z_i, \mu_{ioi}(z_i) \mid z_i \in \mathbb{R}, \mu_{ioi}(z_i) \in [0,1]\}$  - az  $o_i$ -edik fuzzy érték i-edik fuzzy nyelvi változó esetében

$S(f_{ioi}) = \{z_i \mid \mu_{ioi}(z_i) > 0\}$  - az  $ioi$ -edik fuzzy érték tartója

Kosko 50%-os átlapolású, trianguláris fuzzy értékeket alkalmazott a fuzzy nyelvi változók összeállítására.

A fuzzy hipergulák minden fuzzy nyelvi változóból kiválasztott egyes fuzzy értékek fuzzy Descartes-szorzataként állnak elő (2.14).

$o$  - a fuzzy hipergulák indexvektora

$S(h_o) = \{S(f_{1oi}) \times \dots \times S(f_{nooi})\}$  - az  $o$ -adik fuzzy hipergula tartója

Az  $o$ -adik fuzzy hipergula:

$$h_o = \left\{ z, \min_{i=1}^n (\mu_{ioi}(z_i)) \mid z \in S(h_o) \right\} \quad (2.14)$$

A FAM rendszer a becsléshez szükséges fuzzy Descartes-szorzatát a DCL-AVQ záró output neuron térkoordinátái segítségével állítja elő. Minden fuzzy hipergulát a tartója által lefedett output neuronok számával súlyozunk ( $w_o$ ).

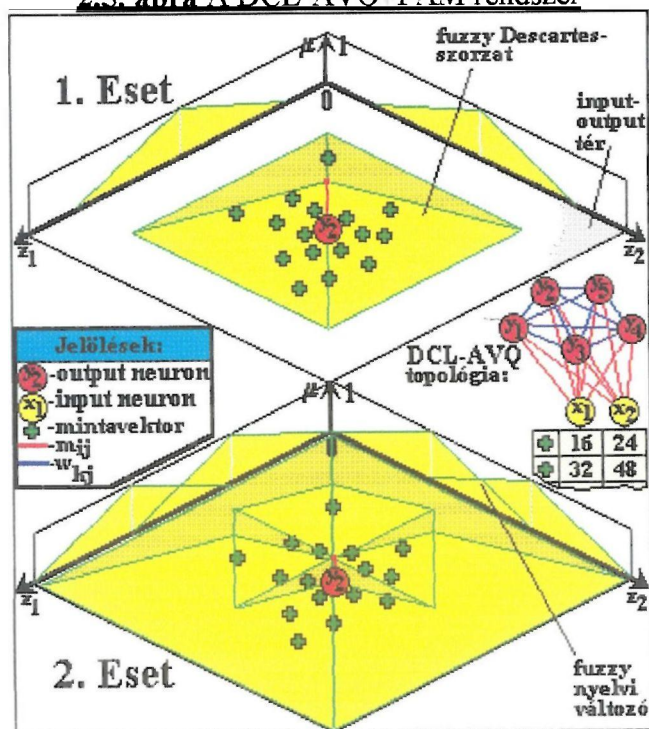
$$I_o = \begin{cases} 1 & \text{ha } m_i \in S(h_o) \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (2.15) \quad w_o = \left( \sum_{i=1}^{\lambda} I_o \right) / \lambda \quad (2.16)$$

A fuzzy hipergulák szöveges fuzzy szabályokká konvertálhatók, verbális tudásábrázoló felületet biztosítván a felhasználónak.  $e$  input vektor becslésekor az eredmény fuzzy halmaz:

$$R = \left\{ (z_{s+1}, \dots, z_n), \max_o \left( w_o \times \min \left( \min_{i=1}^s (\mu_{ioi}(e_i)), \min_{i=s+1}^n (\mu_{ioi}(z_i)) \right) \right) \right\} \quad (2.17)$$

Az éles output vektor meghatározásánál (az eredmény fuzzy halmaz defuzzifikációjánál) Kosko a súlypont- vagy a maximum tagság módszert alkalmazta. A (2.17)-ben bemutatott maxmin kompozíció helyett összeg-szorzat kompozíciót is kipróbált. Ezzel a módszerrel az eredmény fuzzy halmaz bármilyen minta adatbázis és input esetén egy harang-görbe (harang-hiperfelület) alakját közelíti meg. Ez jelentősen megkönnyíti a defuzzifikációt, viszont rendkívül hátrányos konkáv elemeket tartalmazó hiperfelülettel jellemezhető ismeretlen sűrűségfüggvények modellezése esetén, eltüntetvén az eredmény többértékűségét.

2.5. ábra A DCL-AVO-FAM rendszer



A neurális és fuzzy rendszer kombinálásából származó előnyök mellett, a megközelítésnek számos hátránya van:

- A DCL-AVQ számolásigénye  $m$  mintaelemszám harmadik hatványával nő.
- A fuzzy hipergulák elhelyezkedését előredefiniált fuzzy nyelvi változók határozzák meg, teljesen függetlenül a klaszterek alakjától és elhelyezkedésétől, amelyeket fel kellene ismerni. A FAM csak a gúlák magasságát tudja megváltoztatni a súlyozás révén, amikor a klasztereket modellezi. Ha egy klaszter centruma éppen egy hipergúla-csúcsok közti völgybe esik (lásd 2.5. ábra, 2. eset), becsléskor több fuzzy hipergúla fog aktiválódni alacsonyabb tagsági értékkel. Így a rendszer "kilapítja, szétmossa" a klasztert, és a becslés hatékonysága romlik.
- Ha 5, egymást 50%-kal átlapoló fuzzy értékből álló fuzzy nyelvi változókat alkalmazunk, és csak egy output változót kell becsülni, a FAM-nak  $5^{n-1} \times 2$  fuzzy hipergulát kell kezelnie, majd defuzzifikálnia az eredményt. (A 0 súlyú gúlákat kihagyhatjuk, ha előre kiszámítjuk a súlyokat és tároljuk minden nullától különböző gúla súlyát, ez viszont igen komoly memóriaigényt jelent.) Belátható, hogy 9-10 döntési változó felett a számolás- vagy a memóriaigény irreálisan nagy lesz.

A következő részben úgy próbáljuk megoldani ezeket a problémákat, hogy fuzzy wing függvényeket alkalmazunk fuzzy hipergulák előre definiált halmaza helyett.

## 3. Tézisek

### 3.1. A Straitjacket neurális rendszer

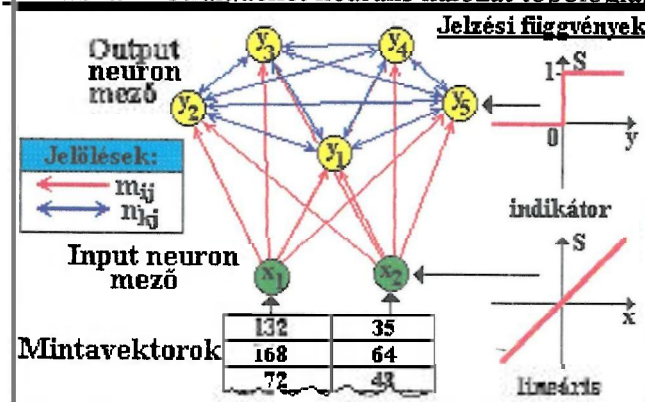
A rendszer célja, hogy nem felügyelt tanulás révén segítse összeállítani a fuzzy rendszer becsléshez szükséges fuzzy Descartes-szorzatát. A Straitjacket egy optimalizációs kritériumot nélkülöző heurisztika, amely hasonló a Kohonen-algoritmushoz, de egy sor fontos változtatást vezettünk be a topológiában és az aktivációban, jobb konvergencia- és terminációs feltételek elérése érdekében.

#### Straitjacket algoritmus

**Topológia:** A Straitjacket neurális hálózat egy input és egy output neuron mezőből áll (lásd 3.1. ábra):

- A valós membrán értékű input neuronok száma megegyezik a döntési változókéval. A mintavektorok ciklusosan betöltődnek az input mezőbe, amely változatlan formában továbbítja a vektorok értékeit az output mező felé, teljes előrecsatoláson keresztül.
- A bináris membrán értékű output neuronoknak indikátor jelzési függvénye van. Membrán értékük aktív vagy inaktív állapotot jelez. A bináris membránértékek mellett, minden output neuron rendelkezik egy valós értékű agglomeratív súllyal. Az output neuronok mezőközi szinaptikus vektorai egyúttal koordináták az input-output térben. Az output neuronok teljes összeköttetésben állnak egymással kétirányú, kompetitív, mezőn belüli szinapszisokkal. Az output mezőt geometriailag úgy értelmezhetjük, mint koordinátrapontok halmazát a döntési térben, amelyeket egy súlyozott élekkel ellátott, nem irányított gráf köt össze. A gráfot Straitjacket-hálónak nevezzük, mert egy kényszerzubbonyhoz hasonló módon fog megfeszülni a koordináta pontok közt az iteráció folyamán.

3.1. ábra A Straitjacket neurális hálózat topológiája



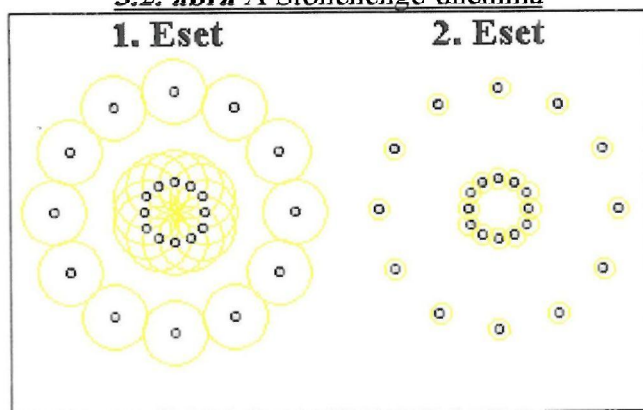
**Aktiváció és tanulás:** A tanulás célja, hogy a Straitjacket-hálót, mint térrácsot modellezze a döntési térben elhelyezkedő, ismeretlen eloszlás sűrűségfüggvénye által alkotott hiperfelületet. A tanulás egy alakfeltérképező és egy nagyon egyszerű hierarchikus klaszterezés - a Kompetitív Aktor Termináció (CAT) - kompozíciója. A két rész komplementer kapcsolatban áll egymással, de eltérő célokat követnek:

1. Az alakfeltérképező az output neuronok Straitjacket-háló súlyai alapján módosítja térkoordinátáikat. A következő módosításokat alkalmaztuk a Kohonen algoritmushoz képest:
  - Az inicializáció során minden output neuront egy mintavektorra helyezünk (lásd (3.1)), hogy csökkentsük a nyomvonalak hosszát, amelyek mentén az output neuronok a klaszterek centrumai felé fognak haladni.



- Ellentétben a Kohonen-rendszerrel, nincs győztes kijelölés az output neuronok közt. Minden aktív output neuron hozzá van rendelve egy mintavektorhoz, és egy iterációs perióduson belül mindegyik módosíthatja térkoordinátáit. Ez a párhuzamos kezelés függetleníti az outputot a mintavektorok sorrendjétől, de nagyobb számolásigényt jelent.
- Teljesen összekötött, nem irányított gráfot alkalmaztunk térrácsként 1, 2 vagy 3 dimenziós, deformálódó hiperkocka-cellákból álló rács helyett. Így elkerülhetjük a Kohonen-rács dimenziószámával kapcsolatos nehézségeket, amelyeket a második részben tárgyaltunk.
- Mivel nincsenek hiperkocka-celláink, nem alkalmazhatjuk a Kohonen-féle szomszédsági formulát a Straitjacket-háló súlyainak kalibrálására. De a koncepció ugyanaz, mint a Kohonen-formuláé: a közelebbi szomszédok felé irányuló kapcsolat kapjon nagyobb súlyt. A Kohonen-hálózat teljesítményének javítását célzó törekvéseknél már láthattuk, hogy felvetődött a globális szomszédsági metrika kiegészítése dimenziónkénti súlyozással (Geszt, 1987). Lényegében Bezdek is a globalitás megbontására törekedett egyedi tanulási ráták bevezetése révén a Fuzzy Kohonen Klaszterező Hálózatonál (Bezdek, 1992). A globális szomszédsági metrika alkalmazásának hátrányait a következő grafikus példán szemléltetjük (lásd 3.2. ábra):

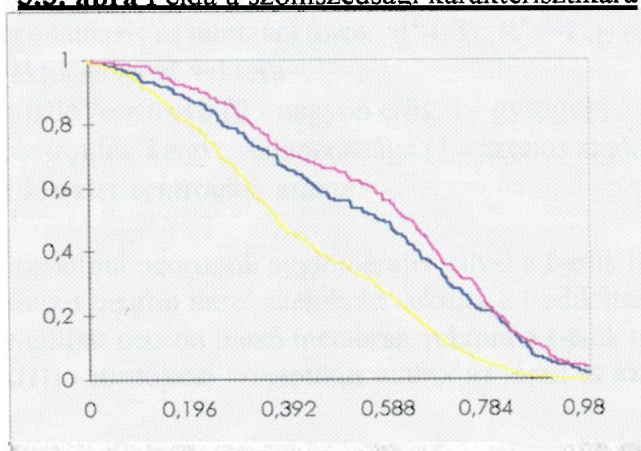
**3.2. ábra A Stonehenge-dilemma**



**Stonehenge koncentrikus kőkörökből áll - ezt mindenki tudja. De hogy jöttek rá erre az emberek? A fenti ábra esetében, ha globális, a távolság függvényében monoton csökkenő szomszédsági metrikát használunk a folytonosságok felderítésére, egyetlen beállítás mellett sem kapunk két, különálló körgyűrűt. Az 1. esetben kiterjedt szomszédságot használunk, így a külső gyűrű jól felismerhető, de a belső helyén csak egy tömött korongot kapunk. Kis szomszédság esetében (2. eset) a belső gyűrű jól felismerhető, de a külső gyűrű különálló pontokra szakad.**

A fentiekből látszik, hogy globális szomszédsági metrika használata esetén inverz kapcsolat áll fenn az ismeretlen sűrűségfüggvény-hiperfelület kiterjedt, sík elemeinek és szűk, konkáv részleteinek felismerése közt. Ezért olyan szomszédsági metrikát választottunk, ahol a szomszédsági mérték lokális verseny eredménye: egy adott output neuron szomszédai a neurontól mért távolságukkal versenyeznek a feléjük irányuló összeköttetés nagyobb súlyáért. A hálósúlyokat az adott output neuronokhoz tartozó fordított szomszéd-távolság-eloszlás profilok (NDDP) szorzataként kapott szomszédsági karakterisztika segítségével határozzuk meg (lásd (3.6)-(3.8), 3.3. ábra).

### 3.3. ábra Példa a szomszédsági karakterisztikára

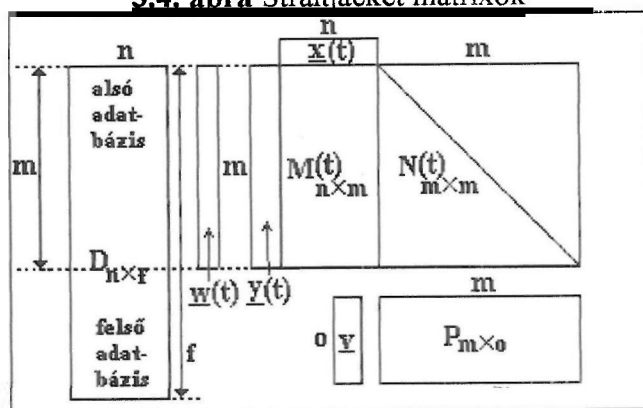


A vízszintes tengelyen távolságfelbontási intervallumok találhatók, a függőleges tengely a távolság súlya. A kék és lila görbék az adott output neuronok NDDP-it mutatják, míg a sárga görbe az NDDP-k szorzatával előállított szomszédsági karakterisztika a két output neuron közt.

2. A CAT az output neuronok hálósúlyait módosítja az aktuális térkoordinátáik és távolságuk alapján. A cél az aktív output neuronok számának csökkentése, és egyszerű terminációs feltétel biztosítása. Ha két output neuron döntési térben mért euklideszi távolsága kisebb, mint az aktuális CAT-távolság, a kisebb agglomeratív súllyal rendelkező neuron inaktív állapotba kerül. Ha az aktív output neuronok száma egy előre definiált érték alá csökken, az iteráció megáll.

**A Straitjacket algoritmus tárgyalása során a következő jelöléseket alkalmazzuk (lásd 3.4. ábra):**

### 3.4. ábra Straitjacket mátrixok



Indexek:

**i=1..n** - az input neuronok és a döntési változók indexe és száma

$i = 1..s, 0 < s < n$  - az input változók indexe és száma

$z_i \quad i = 1..n$  - döntési változók

**f, f' = 1..g** - a mintavektorok indexei és száma

**j, k = 1..m** - az output neuronok indexei és száma,  $g > m > \lambda$

**l=1..0** - a távolság felbontási intervallumok indexe és száma

Inputok és paraméterek:

$\mathbf{D}_{f \times n} = (\mathbf{d}_1^T, \dots, \mathbf{d}_g^T)$  - minta adatbázis és mintavektorok,  $\mathbf{d}_r^T \in \mathbf{T} \subset \mathbf{R}^n$   $f=1..g$  euklideszi döntési tér

$\mathbf{e} = (\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_s)$  - a becslés aktuális input vektora

$\alpha \in [0,1]$  - Straitjacket-háló feszítőerő (0 - nagyon erős, 1 - gyenge)

$\beta \in [1,\lambda]$  - a klaszter centroidok kiegyensúlyozottsága (1 - azonos agglomeratív súlyok)

$0 < \lambda < m$  - az igényelt klaszter centroidok száma

Egyéb jelölések:

$\mathbf{w}(t) = (\mathbf{w}_1(t), \dots, \mathbf{w}_m(t))$  - az output neuronok agglomeratív súlyai a  $t$ -edik iterációs lépésben

$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{x}_1(t), \dots, \mathbf{x}_n(t))$  - az input neuron mező membrán vektora a  $t$ -edik iterációs lépésben

$\mathbf{y}(t) = (\mathbf{y}_1(t), \dots, \mathbf{y}_m(t))$  - az output neuron mező membrán vektora a  $t$ -edik iterációs lépésben

$\mathbf{M}_{n \times m}(t) = (\mathbf{m}_1^T(t), \dots, \mathbf{m}_m^T(t))$  - mezőközi szinaptikus mátrix az input és az output mező közt a  $t$ -edik iterációs lépésben

$\mathbf{m}_j^T(t)$  - a  $j$ -edik output neuron mezőközi szinaptikus vektora a  $t$ -edik iterációs lépésben

$d(\mathbf{m}_j^T(t), \mathbf{m}_k^T(t))$  - két vektor euklideszi távolsága

$\mathbf{N}_{m \times m}(t) = (\mathbf{n}_1^T(t), \dots, \mathbf{n}_m^T(t))$  - az output mezőn belüli, szimmetrikus szinaptikus mátrix a  $t$ -edik iterációs lépésben (Straitjacket-háló súlyok)

$\mathbf{n}_{jk}(t)$  - a  $j$ -edik és a  $k$ -adik output neuron közti mezőn belüli szinapszis súlya

$\mathbf{P}_{m \times o} = (\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m)$  - az output neuronok NDDP-inek mátrixa

$\mathbf{v} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_o)$  - a távolságfelbontási intervallumok vektora

## 1. LÉPÉS Inicializáció

### 1.1. A mátrixok inicializációja

$\mathbf{D}$ -t és  $\mathbf{e}$ -t a  $[0,1]^n$  hiperkockába normalizáljuk minden döntési változó szerint, a minimumtól maximumig terjedő intervallum alapján Az iterációs periódus számláló kezdőértéke:  $t:=0$

Az output neuronokat az első  $m$  darab mintavektorra helyezzük:

$$\mathbf{m}_j^T(0) := \mathbf{d}_j^T \quad j=1..m \quad (3.1)$$

Minden output neuront aktiválunk

$$\mathbf{y}_j(t) := 1 \quad j=1..m \quad (3.2)$$

Beállítjuk az output neuronok kezdő agglomeratív súlyait:

$$\mathbf{w}_j(t) := 1 \quad j=1..m \quad (3.3)$$

Meghatározzuk a távolság felbontási intervallumokat:

$$\mathbf{v}_l := l/o \quad l=1..o \quad (3.4)$$

Beállítjuk a felső adatbázisból történő mintavektor-betöltés számlálóját:  $f:=m$  (a magyarázatot lásd 2.3 lépésnél)

### 1.2. A Straitjacket-háló kalibrációja

Aggregáljuk az output neuronok agglomeratív súlyait:

$$q(t) := \sum_{j=1}^m (w_j(t) \times y_j(t)) \quad (3.5)$$

Kiszámítjuk az output neuronok NDDP-ét:

$$p_{jl} := \frac{q(t) - \sum_{k=1}^m \left( w_k(t) d(\mathbf{m}_j^T(t), \mathbf{m}_k^T(t)) \right)}{q(t)} \quad (3.6)$$

$$j=1..m \mid y_j(t)=1, l=1..o$$

Meghatározzuk a Straitjacket-háló súlyokat:

$$\mathbf{n}_{jk} := \mathbf{p}_{jr} \times \mathbf{p}_{kr} \quad j=1..m, k=1..m \quad (3.7)$$

ahol:

$$r \mid \mathbf{v}_r < d(\mathbf{m}_j^T(t), \mathbf{m}_k^T(t)) \leq \mathbf{v}_{r+1} \quad (3.8)$$

## 2. LÉPÉS Iterációs ciklus

### 2.1. Alakfeltérképezés

A mintavektorok ciklikus betöltése az input mezőre, az output neuronok új térkoordinátáinak meghatározása:

$$\underline{x}(t) := \underline{d}_k^T \quad (3.9)$$

$$\underline{m}_j^T(t+1) := \begin{cases} n_{jk} \times [\underline{x}(t) - \underline{m}_j^T(t)] + \underline{m}_j^T(t) & \text{ha } j \neq k \\ \alpha \times [\underline{x}(t) - \underline{m}_j^T(t)] + \underline{m}_j^T(t) & \text{ha } j = k \end{cases} \quad (3.10)$$

$j = 1..m \mid y_j(t) = 1, k = 1..m$

### 2.2. CAT

$$\min dist(t) = \underset{j=2}{MIN} \left( \underset{k=1}{MIN} \left( d(\underline{m}_j^T(t+1), \underline{m}_k^T(t+1)) \mid w_j(t) + w_k(t) \leq g / \lambda \times \beta \right) \right) \quad (3.11)$$

IF  $d(\underline{m}_j^T(t+1), \underline{m}_k^T(t+1)) = \min dist(t)$  THEN BEGIN

A túlélő (a) és az inaktíválendő (b) neuron indexeinek megállapítása:

$$a := \begin{cases} j & \text{ha } w_j(t) > w_k(t) \\ k & \text{különben} \end{cases} \quad (3.12) \quad b := \begin{cases} k & \text{ha } w_j(t) > w_k(t) \\ j & \text{különben} \end{cases} \quad (3.13)$$

A túlélő neuron Straitjacket-háló súlyainak módosítása:

$$n_{au}(t+1) := \frac{n_{au}(t) \times w_a(t) + n_{bu}(t) \times w_b(t)}{w_a(t) + w_b(t)} \quad (3.14)$$

$$u = 1..m \mid y_u(t)=1, u \neq j, u \neq k$$

$$n_{jk}(t+1) := w_b(t) / w_a(t) \quad (3.15)$$

Az agglomeratív súlyok összegzése a túlélő neuronnál, a vesztes inaktíválása:

$$w_a(t+1) := w_a(t) + w_b(t) \quad (3.16)$$

$$y_b(t+1) := 0 \quad (3.17)$$

END;

$$k = 2..m \mid y_k(t)=1, j = 1..k-1 \mid y_j(t)=1$$

### 2.3. Új mintavektor betöltése a felső adatbázisból

Ha az adatbázis minden egyes mintavektorához egy output neuront rendelünk - amint az a Kosko-féle DCL-AVQ rendszerben történik - a mintavektorok számának növelése harmadik hatványon növeli az algoritmus számolásigényét, második hatványon a memóriaigényt, így módszerünk nem lenne alkalmas nagyméretű adatbázisok kezelésére. Ezért felosztjuk a minta adatbázist két részre:

- Az alsó adatbázist - a mintavektorokat  $f = 1..m$  -ig - az inicializáció folyamán közvetlenül betöltjük  $M$  mezőközi szinaptikus mátrixra (lásd (3.1)) és párhuzamos módon kezeljük.

- Ha a CAT inaktíválja a  $k$ -adik output neuront, betöltjük a következő mintavektort a felső adatbázisból ( $f = m+1..g$ ) a  $k$ -adik mezőközi szinaptikus vektorba, és újraszámoljuk  $P$  és  $N$  mátrixok megfelelő sorát, majd újra aktiváljuk a  $k$ -adik output neuront (lásd (3.18), (3.19)). Az output neuronok eme "életciklusának" segítségével nagyobb adatbázisokat is kezelhetünk. A felső adatbázis esetén feladjuk a párhuzamos kezelés elvét, így az output nem lesz független a mintavektorok sorrendjétől a felső adatbázisban. De a számolás- és memóriaigény csak lineárisan nő a mintaelemszám, illetve a változószám emelésével (lásd (3.21), (3.22)). Természetesen, az alsó adatbázis méretét ( $m$ ) olyan nagyra vesszük, amekkorát csak a rendelkezésre álló memória és CPU-idő megenged. Az alsó-felső adatbázis módszere

különösen hasznos, ha egy kisebb méretű kiinduló adatbázishoz minden periódusban néhány újonnan megfigyelt mintavektor társul.

IF  $g > f$  THEN BEGIN

Új mintavektor betöltése a felső adatbázisból:

$$f := f + 1, \quad \underline{d}_k^T := \underline{d}_f^T, \quad w_k(t+1) := 1 \quad (3.18)$$

A  $j$ -edik output neuron aktiválása és az új mintavektorra helyezése:

$$y_k := 1, \quad \underline{m}_k^T(t) := \underline{d}_k^T \quad (3.19)$$

N mátrix  $j$ -edik sorának aktualizálása: az 1.2. lépés megismétlése aktuális  $t$  paraméterrel és a (3.6), (3.7) formuláknál  $j = 1..m$  helyett  $j = k$ -val.

END;

$$k = 1..m \mid y_k = 0$$

### 2.3. Termináció

$$\text{IF } \sum_{j=1}^m y_j(t+1) \leq \lambda \text{ THEN GOTO 3. LÉPÉS} \quad (3.20)$$

ELSE  $t := t + 1$ , GOTO 2.1. LÉPÉS

### 3. LÉPÉS Output

$\underline{m}_j^T(t) \ j=1..m \mid y_j(t)=1$  - klaszter centroid koordináta vektorok

$\underline{y}(t)$  - output neuron mező membrán vektor az aktív klaszter centroidok megjelölésére

Számolás- és memóriaigény:

$$Max.CPU.idő = DIFF \times \left[ m \times o + n \times 15 \times \left( \frac{m^3 - \lambda^3}{3} - \frac{m^2 - \lambda^2}{2} + (g - m) \times (m^2 - m) \right) \right] \quad (3.21)$$

ahol:

**DIFF** - az időegység amely két numerikus érték különbségének kiszámításához szükséges

Ez a formula a számolásigény elméleti maximumát adja meg. Mivel az output neuronok aktuális térkoordinátái közt mért távolságok eloszlása a legtöbb esetben nem teljesen sima, a CAT rendszerint egynél több output neuront inaktívál minden iterációs lépésben. Így egyszerre több mintavektort tölthetünk be a felső adatbázisból, jelentősen lerövidítve az algoritmus futását.

$$\text{Memóriaigény} = NUM \times [(n+1.5m-0.5) \times m + n \times g] \quad (3.22)$$

ahol:

**NUM** - egy numerikus érték tárolásához szükséges memóriaterület

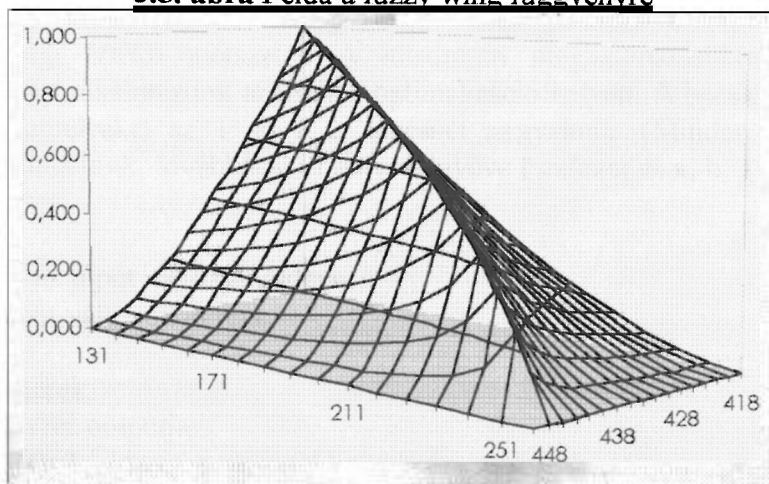


## 3.2. Az F-Wing fuzzy rendszer

Az F-Wing rendszer alapötlete meglehetősen hasonló Kosko FAM rendszeréhez: helyezzünk a fuzzy rendszer fuzzy Descartes-szorzatában "nagy hegyeket" a klaszter centroidok fölé, amelyek elhelyezkedését a neurális rendszer nem felügyelt tanulása révén már felderítettük. Mi azonban a Kosko-féle megoldástól teljesen különböző technikát alkalmazunk ezen cél elérésére, hogy kiküszöböljük a nehézségeket, amelyeket a FAM kritikájánál már említettünk. Az F-Wing rendszer a becsléshez szükséges  $C = \{ [\mu(\underline{z}), \underline{z}] \mid \underline{z} \in T \subset \mathbb{R}^n, \mu(\underline{z}) \in [0,1] \}$  fuzzy Descartes szorzatot  $\mu(\underline{z}): T \subset \mathbb{R}^n \rightarrow [0,1]$  fuzzy wing függvényeknek (lásd (3.29) és 3.5. ábra) a Straitjacket-háló csomópontjaira és éleire történő lerakásával állítja elő:

- A fuzzy wing függvény tartója egy  $B \subset T$  hipertéglatest a döntési térben, amelyet fuzzy hiperrégiónak nevezünk (lásd (3.23)).
- A hiperrégió egyik főátlója a Straitjacket-háló egy éle a  $k$ -adik és a  $j$ -edik output neuron közt.
- A  $jk$ -adik fuzzy wing függvény értéke a  $j$ -edik output neuron  $\underline{m}_j^T$  térkoordinátája felett mindig 1. Ezt "-tól" neuronnak nevezzük, mert itt a  $j$ -edik klaszter centrumaként jelenik meg.
- A  $jk$ -adik fuzzy wing függvény értéke a  $k$ -adik neuron  $\underline{m}_k^T$  térkoordinátája felett mindig 0. Ezt "-ig" neuronnak nevezzük, mert ez a  $j$ -edik klaszter végső határa az adott irányban.
- A  $jk$ -adik és  $kj$ -edik fuzzy wing függvények ugyanazon a hiperrégión osztoznak.

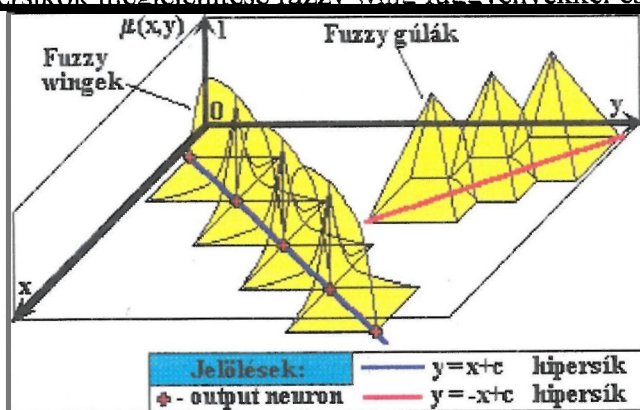
3.5. ábra Példa a fuzzy wing függvényre



A horizontális tengelyek döntési változók, a függőleges tengely tagságfüggvény-érték. A "-tól" neuron koordinátái  $\underline{m}_j^T = (131, 418)$ , az "-ig" neuron koordinátái  $\underline{m}_k^T = (259, 450)$ . A fuzzy wing hiperrégiója  $[131, 259] \times [418, 450]$  (szürke színnel kitöltve). Az output neuronok a régió átellenes sarkaiban helyezkednek el, a főátló a Straitjacket-háló egy éle.

A fuzzy wing függvények használata jóval bonyolultabb megközelítést jelent a fuzzy rendszerek döntő részénél alkalmazott fuzzy hipergúlákkal szemben, amelyek parciális fuzzy halmazokból állíthatók össze igen egyszerű operátorokkal. A fuzzy hipergúlát azért vetettük el, mert kevésbé hatékonyak a koordinátatengelyekre átlós helyzetű, elnyújtott hiperfelületek modellezésénél (lásd 3.6. ábra)

### 3.6. ábra Átlós hipersíkok megjelenítése fuzzy wing függvényekkel és fuzzy hipergulákkal



Látható, hogy fuzzy wing függvények egy csoportja megfelelő helyzetű output neuronok fölé helyezve sokkal karakterisztikusabb, irányítottabb élt képez a fuzzy Descartes-szorzatban, mint az átlósan elhelyezett, átlapoló fuzzy hipergulák. Egy átlós hipersík finom megjelenítése sokkal több fuzzy hipergulát igényel, mint fuzzy winget.

## F-Wing algoritmus

Az F-Wing egy bonyolult hiperfelületet alkot fuzzy wingekből. Az output változó(k)nak az input változók adott  $\underline{e}$  vektorából történő becslése tulajdonképpen azt jelenti, hogy meg kell keresnünk a fuzzy hiperrégiók és az  $\underline{e}$  vektor által generált  $E$  hipersík (lásd (3.24)) legmagasabb tagsági értékű metszetét. A maximum meghatározásakor (3.30) egyszerű szekvenciális keresést alkalmazunk analitikus optimalizáció helyett. A becslés mégis elég gyors két oknál fogva, amelyeket az 1. és a 2. lépésnél tárgyalunk. (Minden jelölés, amelyet a Straitjacket-nél definiáltunk, továbbra is érvényes, kivéve  $f$  indexet és  $a$ ,  $b$ ,  $g$  számokat.)

#### Indexek:

$i = 1..s$ ,  $0 < s < n$  - az input változók indexe

$i = s+1..n$  - az output változók indexe

#### Inputok és paraméterek:

A Straitjacket rendszer outputjai:

$\underline{m}_j(t)$   $j=1..m$  |  $y_j(t)=1$  - klaszter centroid koordináta vektorok

$\underline{y}(t)$  - output neuron mező membrán vektor

$0 < \chi$  - a rendszer fuzzióságának foka ( 0-hoz közel: éles,  $\infty$  : fuzzy)

$\underline{e} = (e_1, ..e_s)$  - a becslés aktuális input vektora

#### Egyéb jelölések:

$\underline{g} = (g_{s+1}, ..g_n)$  - az output vektor, amelynek értékeit meg kell határozni.

$\underline{c}_{jk} = (c_{1jk}, ..c_{njk})$  - a  $j,k$ -adik fuzzy wing bázispontja

$o_{jk}$  - a  $j,k$ -adik fuzzy hiperrégió parciális metszeteinek száma

$\underline{a} \in \mathbb{R}^s$ ,  $\underline{b} \in \mathbb{R}^n$  -vektorok

### 1. LÉPÉS A parciálisan metszett fuzzy hiperrégiók indexeinek meghatározása

Csak azon fuzzy wingeket vesszük figyelembe, amelyek hiperrégióját legalább egy változó szerinti metszi  $E$  hipersík (lásd (3.24)). Minden fuzzy wing esetén megállapítjuk a metszés fokát, számba véve a parciális metszéseket.

A **jk**-adik fuzzy hiperrégió:

$$\mathbf{B}_{jk} = \{\mathbf{b} \mid \mathbf{b}_1 \in [m_{1j}, m_{1k}], \dots, \mathbf{b}_n \in [m_{nj}, m_{nk}] \} \quad (3.23)$$

$$j = 1..m, k = 1..m, j \neq k, y_j(t)=1, y_k(t)=1$$

$\mathbf{e}$  input vektor egy hipersíkot generál a döntési térben:

$$\mathbf{E} = \{\mathbf{a} \mid \mathbf{a}_i = \mathbf{e}_i, i=1..s \} \quad (3.24)$$

A **jk**-adik fuzzy hiperrégió parciális metszéseinak a száma:

$$o_{jk} := \sum_{i=1 \mid \mathbf{e}_i \in [m_{ij}, m_{ik}]}^s 1 \quad (3.25)$$

$$j = 1..m, k = 1..m, j \neq k, y_j(t)=1, y_k(t)=1$$

Az  $\mathbf{E}$  által parciálisan metszett hiperrégiók indexe:

$$(\mathbf{j}, \mathbf{k})^* = \mathbf{j}, \mathbf{k} \mid \mathbf{j} = 1..m, \mathbf{k} = 1..m, \mathbf{j} \neq \mathbf{k}, y_j(t)=1, y_k(t)=1, o_{jk} \geq 1 \quad (3.26)$$

A **jk**-adik fuzzy hiperrégióban értelmezett relatív koordinátákat előállító függvény:

$$h_{ijk}(z_i) := \begin{cases} \frac{z_i - m_{ik}}{m_{ij} - m_{ik}} & \text{ha } m_{ij} \neq m_{ik} \text{ és } z_i \in [m_{ij}, m_{ik}] \\ 1 & \text{ha } m_{ij} = m_{ik} = z_i \end{cases} \quad (3.27)$$

## 2. LÉPÉS A fuzzy wingek bázispontjainak meghatározása

A **jk**-adik fuzzy wing függvény értékét elegendő egyetlen bázispontban (3.28) meghatározni. Ez az  $\mathbf{E}$  hipersíkon fekvő, euklideszi metrika szerint legközelebb eső pont a **jk**-adik fuzzy hiperrégió főátlójához. A fuzzy wing függvény értéke mindig a főátló felett veszi fel a maximumát, a hiperrégió bármilyen, a koordináta tengelyekkel párhuzamos metszetét tekintve (lásd (3.29)).

$$c_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*} := \begin{cases} \mathbf{e}_i & \text{ha } 1 \leq i \leq s \\ \left[ \sum_{i=1 \mid \mathbf{e}_i \in [m_{ij}, m_{ik}]}^s h_{ijk}(\mathbf{e}_i) \right] \times \frac{m_{ij} - m_{ik}}{o_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}} + m_{ik} & \text{ha } s < i \leq n \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\forall (\mathbf{j}, \mathbf{k})^*, i = 1..n$$

## 3. LÉPÉS A bázispontok tagságfüggvény-értékeinek meghatározása fuzzy wing függvények segítségével

$$\mu(\underline{c}_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}) := \frac{o_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}}{n} \times \left( \frac{\min_{i=1 \mid \underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(\underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}) \right) \right)^\chi \times \left( \frac{\min_{i=1 \mid \underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(\underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}) \right)}{\max_{i=1 \mid \underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(\underline{c}_{i(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}) \right)} \right)^{1/\chi} \quad (3.29)$$

ahol:

$$\forall (\mathbf{j}, \mathbf{k})^*$$

$o_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}/n$  -  $\mathbf{E}$  és a **jk**-adik fuzzy hiperrégió parciális metszési foka

$\chi > 0$  - a rendszer fuzzyitásának foka

## 4. LÉPÉS Az output vektor meghatározása

Az output vektor kompatibilitási indexe:

$$CIX(\underline{g}) := \mu(\underline{c}_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}^{\max}) = \max_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*} \left( \mu(\underline{c}_{(\mathbf{j}, \mathbf{k})^*}) \right) \quad (3.30)$$

Ez a bázispontok tagsági értékeinek maximuma. Így a CIX a  $\mathbf{g}$  becslési eredmény és  $j^{\max}$  legjobban illeszkedő klaszter centroid kompatibilitási fokát méri. Az éles, becsült output vektor:

$$\mathbf{g}_i := \mathbf{c}_{i(jk)}^{\max} \quad i = s+1..n \quad (3.31)$$

Számolás- és memóriaigény:

$$\text{Max CPU idő} = T \times \lambda \times (\lambda - 1) \times [s + 3n] \quad (3.32)$$

ahol:

$T$  - egy numerikus érték visszakereséséhez szükséges idő

$$\text{Memóriaigény} = \text{NUM} \times \lambda \times (n + 1) \quad (3.33)$$

ahol:

$\text{NUM}$  - egy numerikus érték tárolásához szükséges memória

Az F-Wing jóval gyorsabban dolgozik, és kevesebb memóriát igényel a döntési változók magasabb száma esetén, mint a FAM rendszer. Az F-Wingnek egy becslés végrehajtásához mindig maximum  $\lambda \times (\lambda - 1)$  darab fuzzy wing függvény értékét kell kiszámolnia a bázispontjukban, szemben a FAM rendszerrel, amely körülbelül  $5^{n-1} \times 2$  fuzzy gúlát kezel, amint azt a Kosko-féle elmélet kritikájánál részleteztük.

## 4. Teszt mesterségesen generált adatbázison

### 4.1. A teszt adatbázis

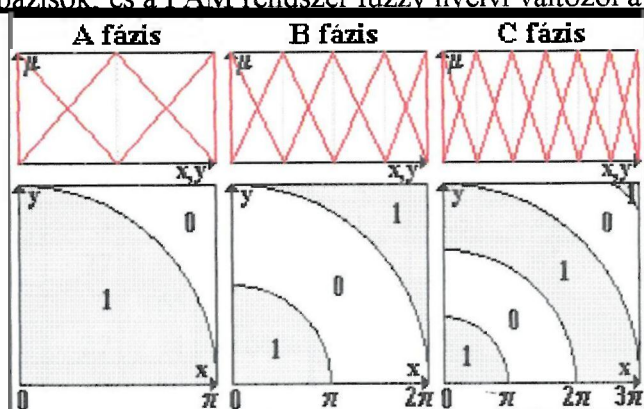
A Straitjacket+F-Wing, a DCL-AVQ+FAM, diszkriminancia analízis, hierarchikus- és K-közép klaszterezés összehasonlítása során a következő  $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}): \mathbf{T} \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  függvény értékeit fogjuk becsülni:

$$z = \begin{cases} 1 & \text{ha } \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) \geq 0 \\ 0 & \text{ha } \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) < 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

$\mathbf{x}$  és  $\mathbf{y}$  folytonos független változók,  $\mathbf{z}$  a bináris csoportosító változó a két klaszter közt, amelyeket 0-val és 1-el jelölünk. Azért választottuk a fenti függvényt, mert a multimodalitás, a klaszterek klaszterek elnyújtottsága és konkavítása egyszerűen befolyásolható  $\mathbf{x}$  és  $\mathbf{y}$  értelmezési tartományának megváltoztatásával. A tesztnek három fázisa (A, B, C) van. Minden fázis 10 próbából áll. Minden próba során 100 darab véletlen  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  párból és számított  $\mathbf{z}$  értékből álló mintavektort generálunk. A mintaadatbázis betanítjuk mind a két neurális rendszerrel, valamint a klasszikus statisztikai módszerekkel elemezzük. Ezután becslést végzünk  $\mathbf{z}$  értékére minden  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  pár esetén. A 10 próba eredményeinek átlagolásával kapjuk a teszt fázis eredményeit. Az  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  párokat a következő intervallumokból választjuk véletlen módon (lásd 4.1. ábra):

- A fázis:  $\mathbf{x} \in [0, \pi], \mathbf{y} \in [0, \pi]$
- B fázis:  $\mathbf{x} \in [0, 2 \times \pi], \mathbf{y} \in [0, 2 \times \pi]$
- C fázis:  $\mathbf{x} \in [0, 3 \times \pi], \mathbf{y} \in [0, 3 \times \pi]$

**4.1. ábra** Teszt adatbázisok és a FAM rendszer fuzzy nyelvi változói a teszt egyes fázisaiban



Az A fázistól a C fele haladva a klaszterek egyre elnyújtottabbak és konkávabbak lesznek (sőt, különböző részekre esnek szét).

### 4.2. Az algoritmusok beállításai

**DCL-AVO+FAM beállítások:**

- Az input neuronok száma:  $n = 3$
- Az output neuronok száma:  $m = 100$
- Az output mezőn folyó verseny intenzitása (  $[0,1]$  közé normalizált mezőn belüli szinaptikus súlyok):  $m_{jk} = 0.25 \quad j=1..m, k=1..m$
- 3, 5 és 7 darab, egymást 50%-ban átlapoló fuzzy értéket tartalmazó fuzzy nyelvi változókat alkalmaztunk (lásd 4.1. ábra).



Straitjacket+F-Wing beállítások:

- Az input neuronok száma:  $n = 3$
- Az output neuronok száma:  $m = 100$  (csak az "alsó adtabázis" módszert alkalmaztuk)
- Az igényelt klaszter centroidok száma:  $\lambda = 25$
- Straitjacket-háló erő:  $\alpha = 0.95$
- A klaszter centroidok egyensúlya  $\beta = 2.25$
- A fuzziság foka:  $\chi = 2$

A diszkriminancia analízis beállításai:

- A független változókat egyszerre vontuk be az elemzésbe
- Elkülönített csoport kovariancia mátrixokat alkalmaztunk
- Az elsődleges valószínűségek kiszámításakor a csoportokat egyenlőnek tekintettük (a csoportmérettel történő súlyozás a B és C fázis esetében rosszabb eredményeket produkált).

K-közép klaszterezés beállítások:

- A klaszter centroidok száma:  $2$
- A konvergencia rátája:  $0.02$
- Maximum iterációs szám:  $20$

A hierarchikus klaszterezés beállításai:

- A legközelebbi szomszéd módszerét alkalmaztuk
- Négyzetes euklideszi metrika alapján

**4.3. Eredmények**

Átlagolt klasszifikációs mátrixok a teszt három fázisában:

Mód-szer	A fázis				B fázis				C fázis			
	Találat	Ered.	Becsült		Találat	Ered.	Becsült		Találat	Ered.	Becsült	
	ráta	érték	0	1	ráta	érték	0	1	ráta	érték	0	1
DCL-AVQ	72%	0	3	25	68%	0	65	6	58%	0	3	42
+FAM		1	3	69		1	26	3		1	0	55
Straitjacket	92%	0	27	1	87%	0	62	9	75%	0	37	8
+F-Wing		1	7	65		1	4	25		1	17	38
Diszkrim.	90%	0	27	1	66%	0	52	19	62%	0	36	9
Analízis		1	9	63		1	15	14		1	29	26
K-közép	77%	0	28	0	50%	0	36	35	50%	0	20	25
Klaszterez		1	23	49		1	15	14		1	25	30
Hierachik.	70%	0	0	28	80%	0	71	0	57%	0	5	40
Klaszterez		1	2	70		1	20	9		1	3	52

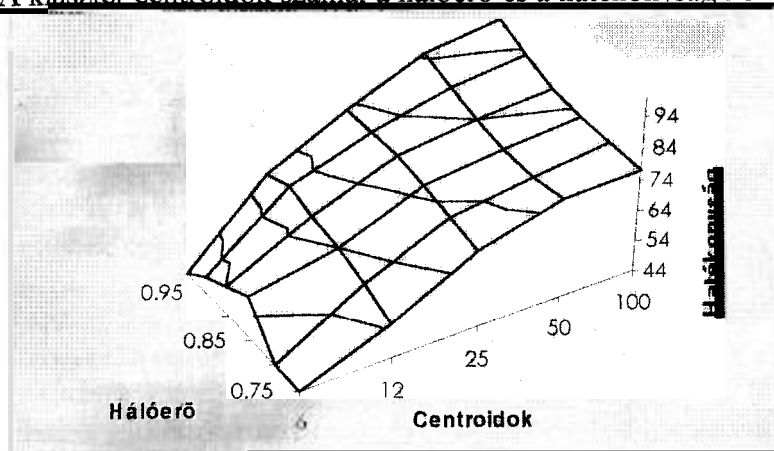
**4.4. A tesztből levonható következtetések**

1. A DCL-AVQ+FAM klasszifikációs mátrixaiban található, szinte üres oszlopok arra figyelmeztetnek, hogy a nagyobb klaszter "eltakarta" a kisebbet. Ez a jelenség a fuzzy nyelvi változók túlságosan egyszerű kalibrációja miatt következett be. A fuzzy értékek helyzetének, átlapolásának körültekintő változtatásával jobb eredményeket érhetnénk el. Így viszont,

láthatjuk a FAM rendszer egyik fő gyengeségét: a fuzzy nyelvi változók hatékony kalibrációja jelentős probléma-specifikus tudást követel, vagy olyan kiegészítő módszereket, amelyek fuzzy értékeket állítanak elő statisztikai adatokból.

2. a Straitjacket-F-Wing módszer kritikus pontja a hálóerő és a klaszter centroid szám helyes kombinációjának eltalálása egy adott minta adatbázis esetén. Számos próba során tapasztaltuk, hogy a klaszter centroidok számának csökkentése (pl. a becslés felgyorsítása céljából) nagyobb hálóerőt (csökkenő  $\alpha$ -t) igényel a hatékony becsléshez (lásd a 4.2. ábrát). A centroidok egyensúlyának és fuzziáság fokának megválasztása szintén befolyásolja a hatékonyságot, de a legtöbb esetben  $\beta \in [1.5, 2.25]$ ,  $\chi = 2$  beállítása hozta a legjobb eredményeket. A Straitjacket-háló kalibrációjakor megpróbáltunk Hamming-távolsági formulát használni euklideszi helyett, de az eredmények minden esetben rosszabbak voltak.

**4.2. ábra** A klaszter centroidok száma, a hálóerő és a hatékonyság közti kapcsolat



3. A Straitjacket+F-Wing klasszikus sokváltozós statisztikai módszerekkel történő összehasonlításából látszik, hogy a diszkriminancia analízis kompakt, jól elhatárolt klaszterek esetén közel hasonló eredményt ad. Mihelyt megnöveljük a klaszterek elnyújtottságát és konkavítását, a Straitjacket+F-Wing jelentős előnyre tesz szert, az alakfeltérképezésnek és az NDDP-nek köszönhetően.

## **5. Részletesebb elemzések, továbbfejlesztési lehetőségek**

### **5.1. A fuzziság és a valószínűség kapcsolata rendszerünkben**

Bár a fuzzy elmélet jelentős fejlődésen ment keresztül a hatvanas évek vége óta, és a fuzzy technológiát hasznosító különféle termékek a kilencvenes évek elején kereskedelmi forgalomban is megjelentek, sok ember számára a fuzzy még mindig 'fekete mágia'. Ráadásul a fuzzy elmélet létrejötte óta igen erőteljes a rivalizálás a klasszikus és szubjektív valószínűségelmélettel. Az elméletekkel foglalkozók közt igen eltérő nézetek kaptak lábra a fuzzy és a valószínűségelmélet alkalmazhatóságának határával kapcsolatban. Az elméleti iskolák közt két évtizede szakadatlanul folyik a háború, a végleges győzelem vagy akár konszenzus reménye nélkül. A fuzzyval foglalkozók is több csoportra oszlanak, aszerint, hogy hogyan értelmezik fuzziság jellegét, forrásait, kapcsolatát a valószínűséggel. Mivel teóriánkban jelentős szerepet kap a fuzzy elmélet, úgy éreztük, helyénvaló kritikailag elemezni a fuzziság és valószínűség kapcsolatának lehetséges megközelítéseit, és tisztázni, hogyan értelmezzük ezt rendszerünkben.

Elsőként, a két legszélsőségebb álláspontot vizsgáljuk meg: a Bayes-i statisztikai iskola tagjai egy az egyben tagadják a fuzzy elmélet létjogosultságát, vagy a valószínűségelmélet egy elkorcsosult változatának tekintik. Bart Kosko (Kosko, 1992b), az MIT Fuzzy Tanszékének vezetője szerint viszont a valószínűségelmélet csak egy speciális alosete a fuzzynak. Ezután a fuzzy "alapító atyjának", Lofti Asker Zadehnek (Zadeh, 1968) jóval pragmatikusabb nézeteit tesszük vizsgálat tárgyává, végül saját álláspontunkat ismertetjük. Annak érdekében, hogy a különböző megközelítések lényegét könnyen összehasonlíthatóvá tegyük, elhagytuk a szerzők által alkalmazott eredeti jelölésrendszert és minden elméletet diszkrét alaphalmazzal bíró fuzzy halmazokon mutatunk be. (Az elemzés során gyakran hivatkozunk a fuzzy elmélet bizonyos alapvető definícióira, ezeket lásd Zadeh, 1965).

#### **5.1.1. Konfrontáció a szubjektív valószínűségi elmélettel**

A Bayes-i statisztikai iskola különböző tagjai (Cox, 1946), (Jaynes, 1979), (Lindley, 1987) kifejtették, hogy a valószínűség mindenféle bizonytalanság egyetlen helyes mércéje, mivel mind objektív frekvenciák, mind szubjektív kognitív állapotok mérésére alkalmas, így a fuzzy (és bármilyen más, sokértékű logikai rendszer is) csak a szubjektív valószínűségelmélet más terminológiával történő újradefiniálása. Nézetüket a felületes szemlélő számára alátámasztani látszik, hogy a tagságfüggvény és a sűrűségfüggvény meglehetősen hasonló. Normalizált fuzzy halmazok esetén mindkét függvény  $[0,1]$  intervallumba történő leképezést jelent, mindkét elmélet ezen intervallumbeli skalárokkal jeleníti meg a bizonytalanságot. Így a legtöbb ember, aki ismeri a valószínűségelméletet, először találkozván fuzzy halmazzal azt mondja: "Ez majdnem olyan, mint egy sűrűségfüggvény, eltekintve attól, hogy a fuzzy halmaz a legmagasabb csúcsánál fogva normalizált egyhez, míg a sűrűségfüggvény integráljában normalizált." Igaz lenne tehát, hogy a különbség csak a normalizálásban van? A fenti állítások két tétel bizonyításával könnyen cáfolhatók:

**5.1. Tétel:** A fuzzy teljesen független, különálló elmélet, nem a valószínűségelmélet elkorcsosult, vagy leegyszerűsített változata.

**5.1. Bizonyítás:** A fuzzy elmélet nem fogadja el a következő alapvető axiómákat, amikre a valószínűségelmélet (és minden más, bivalens logikát használó elmélet is) épül:

1. Az ellentmondás-mentesség törvénye, melyet először Arisztotelész definiált, kimondja, hogy bármely halmaz komplementer halmazával alkotott metszete üres halmaz:

$$A \cap A^c = \emptyset \quad (5.1)$$

A fuzzy halmazokra az ellentmondás-mentesség törvénye nem érvényes (lásd az 5.1. ábrát - a metszet és unió fuzzy halmazok kardinalitásait is feltüntettük, hogy kihangsúlyozzuk az üres halmaztól, illetve a teljes eseménytértől való eltérést).

$$A \cap -A \neq \emptyset \quad (5.2)$$

2. A kizárt közepek törvénye kimondja, hogy bármely halmaz komplementerével alkotott uniója megegyezik a teljes eseménytérrel (U):

$$A \cup A^c = U \quad (5.3)$$

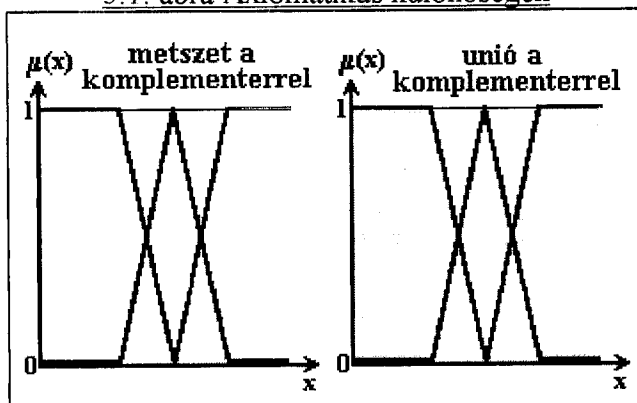
A fuzzy halmazokra ez szintén nem érvényes (lásd 5.1. ábra):

$$A \cup -A \subset U \quad (5.4)$$

Így a fuzzy elmélet nem lehet a valószínűségelmélet variánsa, mert eltérő axiómákra épül.

q. e. d.

5.1. ábra Axiomatikus különbségek



**5.2. Tétel:** Legyen  $(U, p)$  egy  $x_i \in U \quad i=1.. \infty$  végtelen sok diszkrét elemből és  $p \in [0,1]$  valószínűségi mértékből álló valószínűségi tér. Bármilyen  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  véges skalár esetén megadható olyan  $\mu(x_i): U \rightarrow [0,1]$  tagságfüggvény, amit nem lehetséges  $p(x_i)$ , diszkrét elemek felett értelmezett sűrűségfüggvénnyé transzformálni  $\varepsilon \times \mu(x_i)$  skalárral történő szorzással.

**5.2. Bizonyítás:** A valószínűségelméletben  $x_i \in U$  egyszerű események ugyanazon az U eseménytéren osztoznak, metszetük nincs:

$$U = \bigcup_{i=1}^{\infty} x_i \quad (5.5)$$

$$x_i \cap x_j = \emptyset \mid i \neq j \quad (5.6)$$

$$p(U) = \sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1 \quad (5.7)$$

A fuzzy elméletben minden  $x_i$  alaphalmaz elem felett egy  $U_{x_i}$  szeparált eseménytér helyezkedik el, amelyet  $\mu(x_i)$  tagságfüggvény érték csak a komplementer fuzzy halmaz megfelelő  $\mu_{-}(x_i)$  tagságfüggvény értékével oszt meg:

$$U_{x_i} = 1 = \mu(x_i) + \mu_{-}(x_i) \quad (5.8)$$

$$1 \geq \mu(x_i), \mu_{-}(x_i) \geq 0 \quad (5.9)$$

Így egy adott alaphalmaz elem feletti tagságfüggvény értéket nem korlátoznak más tagságfüggvény értékek, a fuzzy halmaz végtelen sok elemének tagsági értéke 1 lehet. A diszkrét elemeken értelmezett sűrűségfüggvény esetén ez (5.7) miatt nem lehetséges.

q. e. d.

A fuzzy elmélet művelői szerint (Cox, 1994) fenti különbségek oka, hogy fuzzy és a valószínűségelmélet a döntési probléma bizonytalanságának két különböző oldalát írják le. A valószínűségelmélet az események bekövetkezésének bizonytalanságával foglalkozik, míg a fuzzy az események pontatlan definiálásából származó bizonytalansággal:

a,- A valószínűség pontosan definiált, éles, absztrakt események (lásd (5.5),(5.6)) bekövetkezésének objektív frekvenciáját méri. Vagy, szubjektív valószínűség esetén, pontosan definiált, absztrakt események szubjektív frekvenciáját. A valószínűségelméletben feltesszük, hogy az eseménytérben szereplő események mindig pontosan definiálhatók, az események bekövetkezése pedig sztochasztikus jellegű. Igen érdekes kérdés, hogy a valószínűségelmélet miért alapul kizárólag éles eseményeken, amikor ezek oly ritkák a valós döntési környezetben. 'az ég kék', 'a fű zöld', 'a Microsoft egy dinamikus cég' és az ezekhez hasonló, mindennapi tapasztalatokra alapuló tények nagyrészt pontatlanul megfogalmazott állítások, az '1+1=2' típusú matematikai állítások absztrakt világával szemben. J. A. Anderson a Brown Egyetem Kognitív és Nyelvészeti Tudományok Tanszékéről (Kosko, 1992b) igen tanulságos magyarázatot adott erre kérdésre. A klasszikus valószínűségelmélet a szerencsejátékok környezetében alakult ki, ahol a pontosan definiált játékszabályoknak alapvető fontossága van. Pontos, előre rögzített szabályok nélkül szerencsejáték nem is létezhet (ettől eltérő esetek már a büntetőjog területéhez tartoznak). Ez a környezet arra inspirálta a valószínűségelmélet korai művelőit, hogy figyelmüket kizárólag az események sztochasztikus bekövetkezésére koncentrálják, mert az események mindig pontosan definiáltak voltak. Érdemes elgondolkodni azon, hogyan fejlődött volna a valószínűségelmélet, ha például az időjárás-előrejelzés területén kezdik el először alkalmazni.

b,- A fuzzy elmélet pontatlanul definiált, determinisztikus bekövetkezésű eseményekkel foglalkozik. A fuzzy filozófiájának alapfeltevése, hogy mindig van néhány rejtett jellemző, vagy olyan változó, amelynek értéke nem határozható meg a mérési módszerek és az emberi érzékelés pontatlansága, korlátai miatt, így az események nem definiálhatók pontosan. Az alaphalmaz elemei és az esemény közti kapcsolatot  $[0,1]$  közti skalárok révén írjuk le. Ezen az általános megfogalmazáson túl a fuzzy elméletben többféle értelmezés létezik a fuzziság tartalmára vonatkozóan (Cox, 1994):

1. - A fuzziság, mint pontatlanul definiált, komplex eseményekkel mért kompatibilitás foka. A gyakorlatban számos döntési probléma esetén olyan összetett, sok döntési változóval leírható, események figyelhetők meg, amelyeknek döntési térbeli határai nem definiálhatók pontosan: az adott esemény dominanciája más komplex események felett bizonyos térbeli helyek, centrumok felett fokozottan érvényesül. Ezekről távolodva viszont a dominancia finom fokozatokon keresztül egyre csökken. Ezek a "szétfolyó" események ráadásul jelentős mértékben átlapolják egymást. A döntési tér adott pontjának hasonlóságát egy komplex eseménnyel egy  $[0,1]$  intervallumba eső skálár segítségével fejezzük ki. Látható, hogy ez a megközelítés homlokegyenest ellenkezik mind a klasszikus, mind a szubjektív valószínűségelmélet felfogásával, amely szerint az elemi események az eseménytér diszjunkt alhalmazai. A kompatibilitási elmélet szerint a fuzziság forrása a megfigyelők kognitív kapacitásának és a hozzáférhető információk korlátozott volta. Minderről lássunk egy egyszerű példát:

### **5.1. PÉLDA Egy piaci szegmens azonosítása**

*Tegyük fel, hogy egy kozmetikai cég direct mail révén marketing akcióval kívánja megcélozni a "fiatal, dinamikus nők" piaci szegmensét. A direct mail nyomdai és postai költségeinek csökkentése végett fontos, hogy minél pontosabban körülhatároljuk az adott piaci szegmenst a különféle adatbázisokból és címlistákból hozzáférhető rendkívül szűkös információk alapján. Koncentráljunk most csak az egyik legfontosabb tényezőre, a korra. Tegyük fel, hogy a szegmens elhatárolásához a tárgykörben jelentős tapasztalatokkal rendelkező szakértőket alkalmazunk. Valószínűség alapú közelítésnél elvárjuk a szakértőktől, hogy számontartsák,*



*hány adott korú nőt figyeltek meg korábban, és hányat találtak "fiatal, dinamikus nőnek", hogy relatív frekvenciákat tudjunk számítani. Ha mindez sikerül, akkor megadhatunk egy konfidencia intervallumot a kor tekintetében, amelybe adott szignifikancia szinten a szegmens belesik. Ennek a fajta bivalens elhatárolásnak azonban jelentős hátrányai vannak komplex események tekintetében. Ha például a konfidencia intervallum 18 évtől 26 évig terjed, igen kevésbé valószínű, hogy a 18 év + egy napos nők egytől egyig a szegmensre jellemző magatartásformát mutatnak, a 17 év 364 napos nők pedig mind attól eltérőt. A fuzzy elmélet ezzel szemben csak azt igényli a szakértőktől, hogy rendelkezzenek egy szubjektív kompatibilitási mértékkel az alaphalmaz minden eleméhez. Ráadásul az eredmény is fuzzy halmazként, finom fokozatokban jelenhet meg, ami jóval rugalmasabb közelítést ad, mint egy konfidencia intervallum.*

A fuzzy közelítés nyújtotta előnyökhöz az emberi szubjektivitás intenzívebb jelenléte és a magas fokú alkalmazás-függőség társul hátrányként.

2. - A fuzziság, mint pontatlanság koncepciója a méréselméletből ered. A pontatlanság itt két szinten jelenik meg:

- A mérőeszköz pontatlansága. Bármilyen mérőeszköz alsó méréshatárát átlépve, szükségszerűen becslésre kényszerülünk. A méréshatárt végsősoron fizikai tényezők korlátozzák, de a pontosságot ettől függetlenül is rontja, ha a mérőrendszer a környezetből származó zavarásnak van kitéve.

- A pontatlanság másik vetülete a mérőeszközt megfigyelő pontatlansága. Ez alapulhat szubjektív tényezőkön, például az érzékelés egyedi korlátain. De oka lehet a parallaxis néven ismert jelenség, amikor a mérés szempontjából megfigyelő helyzete sem konstans.

3. - A fuzziság, mint többértékűség, többalakúság. Erre közkedvelt példa az objektumok tulajdonságainak öröklődése, az objektumok polimorfizmusa az Objektum Orientált Programozásban. Számunkra ez a megközelítés azért fontos, mert a fuzzy értékek több információt képesek hordozni, mint éles megfelelőik, így jó szolgálatot tehetnek a döntési térben megjelenő összetett formájú, sok konkrét elemet tartalmazó, nem függvényyszerű hiperfelületek modellezése esetén.

4. - A fuzziság, mint eldönthetetlenség. A bivalens logikán alapuló elméletek alkalmazása során számos, az ellentmondás-mentesség törvényén alapuló dilemmával kerülünk szembe. Lássunk ezek közül néhányat:

## 5.2. PÉLDA Az ellentmondás-mentesség törvényén alapuló dilemmák

1. *Russel borbélyja*: egy kisvárosban élő borbély a következő táblát tette ki üzletére: 'Én borotválók minden embert a városban, kivéve azokat, akik saját maguk borotválkoznak.' Ki borotválja a borbélyt?

2. *A krétai hazudozó* azt mondta az athéniaknak: 'Minden krétai mindig hazudik.' Igaz ez, vagy nem?

3. *A fél pohár víz félig üres, vagy félig tele van?*

4. *A vádlott azt mondja a bíróságon: 'Tegyzát, hazudok.'* Igaz ez, vagy nem?

A fuzzy elméletben ezek a dilemmák feloldhatóak, de ezért komoly árat kell fizetnünk a fuzzy technika nagyfokú alkalmazásfüggősége formájában (lásd az 5.1.5. részt).

A Straitjacket+F-Wing rendszerben a fenti alternatívák közül a "fuzziság, mint pontatlanul definiált komplex eseményekhez mért kompatibilitás foka" értelmezést részesítjük előnyben. Az F-Wing rendszer alapvető célja éppen az, hogy fuzzy wing függvényeknek a döntési térben megfelelő módon elhelyezett csoportjaival modellezze a komplex, pontatlanul definiált, egymást átlapoló fuzzy eseményeket.

c,- Még egy érdekes különbség van a fuzzy és a valószínűségelmélet közt. A valószínűség időben eltűnik, még a fuzziság nem. Vizsgáljuk meg az 5.3. példát:

### 5.3. PÉLDA Részvényárfolyam becslés

*'A részvényár a jövő héten valószínűleg kismértékben emelkedni fog' - mondta a bróker.*

A jövő héten már igen pontosan és biztosan tudni fogjuk, hány százalékkal változott meg a részvényárfolyam. De a 'kismértékű növekedés' esemény akkor is pontatlanul definiált marad, mert bizonytalansága az emberi érzékelés és felismerés különbözőségein alapul.

A fuzziság és a valószínűség a legtöbb valós döntési problémában együttesen jelentkeznek. A következő részekben azokat az elméleteket vizsgáljuk, amelyek mindkét fajta bizonytalanságot a fuzzy keretein belül kívánják kezelni.

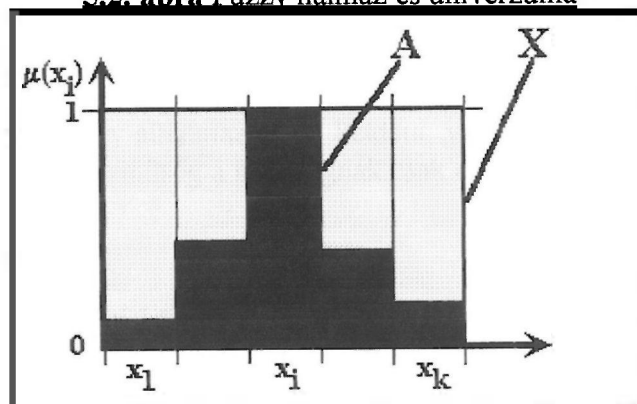
### 5.1.2. Bart Kosko alhalmazság-elmélete

Kosko (Kosko, 1992b) a következőképpen vezette le a fuzziság és a valószínűség kapcsolatát:

a, Tételezzük fel, hogy a fuzzy halmazok alaphalmazai diszkrét, megszámlálható, véges halmazok.

b, Egy fuzzy halmaz univerzuma egy speciális fuzzy halmaz, amelynek tagságfüggvénye 1 minden alaphalmaz elem fölött (lásd az oszlopdiagrammot az 5.2. ábrán).

5.2. ábra Fuzzy halmaz és univerzuma



c, A fuzzy halmaz alhalmazsága B fuzzy halmazban:

$$S(A,B) = |A \cap B| / |A| \tag{5.10}$$

ahol:

|A| - A fuzzy halmaz kardinalitása

Egy fuzzy halmaz univerzumához mért alhalmazsága megegyezik az univerzumához mért relatív kardinalitásával:

$$S(X,A) = |X \cap A| / |X| = |A| / |X| = \|A\| \tag{5.11}$$

ahol:

\|A\| - A fuzzy halmaz relatív kardinalitása

d, Minden fuzzy halmazhoz hozzá lehet rendelni egy relatív frekvenciát (valószínűséget): ez megegyezik az univerzumhoz mért relatív kardinalitással, vagy alhalmazsággal:

$$P_A = \frac{N_A}{N} = \|A\| = |A| / |X| \tag{5.12}$$

ahol:

$P_A$  -Az A fuzzy halmaz által leírt komplex objektum, esemény valószínűsége.

$N_A$  -azon megfigyelések száma, ahol a megfigyelő felismerte az eseményt.

$N$  -az összes megfigyelés száma.

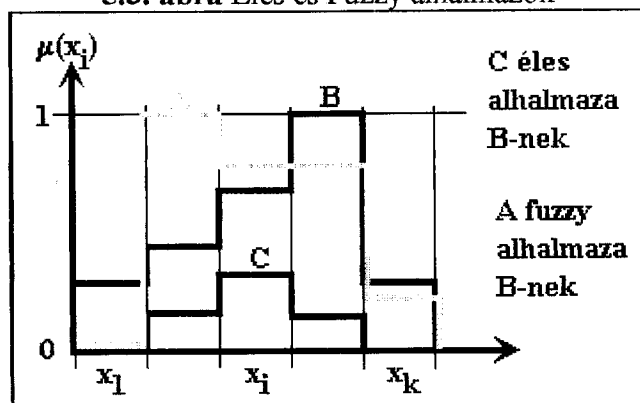
e1, C fuzzy halmaz éles alhalmaza B fuzzy halmaznak (lásd 5.3. ábra), ha:

$$C \cap B = C \quad (5.13)$$

e2, A fuzzy halmaz fuzzy alhalmaza B fuzzy halmaznak (lásd 5.3. ábra), ha:

$$A \cap B \neq A \quad (5.14)$$

5.3. ábra Éles és Fuzzy alhalmazok



Összefoglalván a, -c, feltevéseket és definíciókat, Kosko kijelentette, hogy a fuzzy halmazok éles alhalmazsága mindenféle valószínűséget ki tud fejezni, még a valószínűség nem tudja kifejezni fuzzy halmazok fuzzy alhalmazságát. Például, valószínűséggel nem lehet kifejezni A kapcsolatát B-hez. Így a valószínűség a fuzziságnak csak egy speciális esete.

#### Kritika:

Nem értünk egyet Kosko fenti következtetésével, mert megközelítése ellentmondást hordoz. Először vegyük szemügyre d, feltételezést, amely implicit módon további két feltételezést tartalmaz:

d1, A megfigyelők mindig egyértelműen el tudják dönteni, hogy az aktuálisan megfigyelt alaphalmaz elem A eseményre vonatkozik vagy nem, de ez a döntés egyénenként sztochasztikusan változik (ez nagyon hasonlít a szubjektív valószínűségre).

d2, Minden  $x_i$  alaphalmaz elem feletti tagságfüggvény érték kifejezhető relatív frekvenciaként:

$$\mu_A(x_i) = n_{Ai} / n_i \quad i=1..k \quad (5.15)$$

$$\sum_{i=1}^k n_{Ai} = N_A \quad (5.16)$$

$$\sum_{i=1}^k n_i = N \quad (5.17)$$

ahol:

$n_{Ai}$  -az egyedi döntések száma, ahol ' $x_i$  megfelel A-nak'

$n_i$  - az  $x_i$ -re vonatkozó megfigyelések száma

$x_i$  -alaphalmaz elemek

**d2**, -ben csak annyit feltételeztünk, hogy  $N_A$  -t és  $N$ -t lehetséges  $n_{Ai}$ , illetve  $n_i$  részekre darabolni, aszerint, hogy a megfigyelések mely alaphalmaz elemre vonatkoznak. A **d**, feltételezés és **d2**, implicit feltételezés összevetésével viszont ellentmondást kapunk:

$$P_A = \frac{N_A}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k n_{Ai}}{\sum_{i=1}^k n_i} \neq \frac{\sum_{i=1}^k \left( \frac{n_{Ai}}{n_i} \right)}{k} = \frac{|A|}{|X|} = \|A\| \tag{5.18}$$

### 5.1.3. Zadeh elmélete

Zadeh fuzzy valószínűségi elméletének bemutatásához, lássunk egy korábbi példát sokkal részletesebben:

#### 5.3. PÉLDA Részvényárfolyam becslés

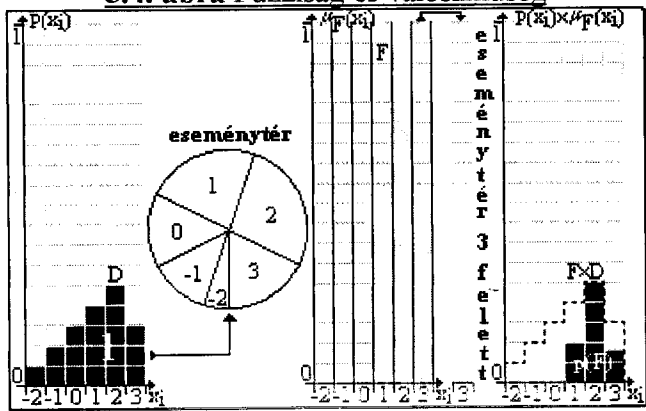
*'A részvényár a jövő héten valószínűleg kismértékben emelkedni fog' - mondta a bróker.*

Ez a kijelentés két fajta bizonytalanságot hordoz:

- Egyrészt, van egy valószínűségeloszlás a részvényárfolyam változásának lehetséges értékei közt. Tételezzük fel, hogy **D** diszkrét árfolyamváltozás százalékpontokra értelmezett sűrűségfüggvény ismert (lásd 5.4. ábra).
- Másrészt, van egy pontatlanul definiált eseményünk - 'kis mértékű növekedés a részvényárban' - amit **F** fuzzy halmazzal írunk le. Feltételezzük, hogy a tagságfüggvényt korábbi piaci tapasztalatok alapján alkották meg.

Mindezek után, az a kérdés, hogyan kombinálható a két fajta bizonytalanság? Szorozzuk össze minden alaphalmaz elem felett a tagságfüggvény és a sűrűségfüggvény értékét (lásd a sötét színű oszlopokat az **F**×**D** oszlopdiagrammon a 5.4. ábrán), majd összegezzük a szorzatokat, ez lesz **F** fuzzy esemény valószínűsége.

5.4. ábra Fuzziság és valószínűség



$$p(F) = \sum_{i=1}^k (p(x_i) \times \mu_F(x_i)) \tag{5.19}$$

Zadeh ezt a megközelítést az éles halmazok valószínűségéből vezette le, ahol  $\mu_F(x_i)$  0 vagy 1 értékeket vehet fel, így a halmaz indikátoraként viselkedik. A Zadeh-féle fuzzy valószínűsége a klasszikus valószínűségelmélet alapvető összefüggései (feltételes valószínűség, független események valószínűsége. stb.) igazolhatóak (Zadeh, 1968). Az eredeti leírásban természetesen folytonos közelítés szerepel  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  valószínűségi térrel, ahol  $\mathcal{A}$  Borel-mérhető halmazok  $\delta$ -mezője  $\Omega$  eseménytérben,  $P$  valószínűségi metrika, az összegzés helyett pedig Lebesgue-

Stieltjes integrál szerepel. A tagságfüggvényre nézve csak annyi megkötés szükséges, hogy minden  $\alpha$ -szinthalmaza Borel-mérhető legyen.

Néhány szerző (Puri, Ralescu, 1986), (Inoue, 1985) fuzzy valószínűségi változók néven továbbfejlesztette ezt a megközelítést oly módon, hogy a tagsági metrikát a döntési tér Borel-mérhető részhalmazai közt értelmezett Hausdorff-távolságból vezette le:

$$d_H = \inf \{ \lambda > 0: A \subset B + \lambda U, B \subset A + \lambda U \}, U \equiv \{ u: \|u\| \leq 1 \} \quad (5.20)$$

ahol:

$A, B$  - az  $\Omega$  eseménytér kompakt, Borel mérhető részhalmazai

$A(\Omega, \mathcal{A}, P)$  valószínűségi tér feltételezése mellett fuzzy valószínűségi változónak tekintik a következő Borel-mérhető függvényt:

$$f: \Omega \rightarrow (A, d_H) \quad (5.21)$$

### Kritika:

A Zadeh által alkotott fuzzy valószínűség-fogalom támadható pontja, hogy a tagságfüggvény értéket ugyanúgy arányskálaként értelmezi mint a valószínűségi értékeket: (5.19) szerint, ha egy elemi esemény tagsági értéke 0, a fuzzy valószínűség értéke is 0, vagyis a tagságfüggvény-érték skála abszolút 0 ponttal rendelkezik. Más nézetek szerint (Cox, 1994) a tagságfüggvény érték inkább intervallum skálán mérhető. Ezt illusztrálандó, képzeljük el, hogy a lovakat, mint komplex objektumokból álló osztályt fuzzy halmazok segítségével kívánjuk definiálni, különféle változók, mint alaphalmazok felhasználásával. A baj az, hogy nem tudjuk definiálni az 'abszolút biztos, hogy ez ló' és az 'abszolút biztos, hogy ez nem ló' objektumokat, mert különféle inverz hatások állnak fent a változók közt, sőt nem biztos, hogy minden változót ismerünk, a megfigyelők érzékelése pontatlan, kognitív kapacitása korlátozott, a rendelkezésre álló empirikus adatbázis nem teljesen reprezentatív, stb. Az ideál-antiideál pontos ismeretének hiánya a gyakorlatban megakadályozza, hogy olyan módszereket alkalmazzunk a tagságfüggvény érték megállapításánál, amelyek az ideáltól és antiideáltól mért Hamming-, euklideszi-, vagy más távolságokon alapulnak (pl. TOPSIS soktényezős döntéshozatali módszer (Chen, Ching, Hwang, 1992)). A fent említett Hausdorff-metrika alkalmazása is megkérdőjelezhető nem kompakt, elnyújtott, erősen konkáv halmazok esetén. Véleményünk szerint a különböző alaphalmaz-elemek és fuzzy esemény kapcsolatának erőssége nem mérhető arányskálán, az intervallum skálák pedig erősen alkalmazásfüggőek.

#### **5.1.4. Fuzzifikált valószínűségi mértékek használata**

A fuzzy valószínűségi mértékekkel kapcsolatos alapötletünk (Pauler, 1996) az, hogy ha a fuzzy halmaz egy pontatlanul definiált objektum adott jellemzőjének sokértékű reprezentációja, a hozzá kapcsolódó valószínűségnek is sokértékűnek kell lennie. Egy pontatlanul definiált esemény valószínűségét egy olyan speciális fuzzy halmazzal próbáljuk jellemezni, amelynek alaphalmaza a  $[0,1]$  valószínűségi intervallum. Mindezt illusztrálандó, nézzük meg ismét kedvenc 5.3. példánkat:

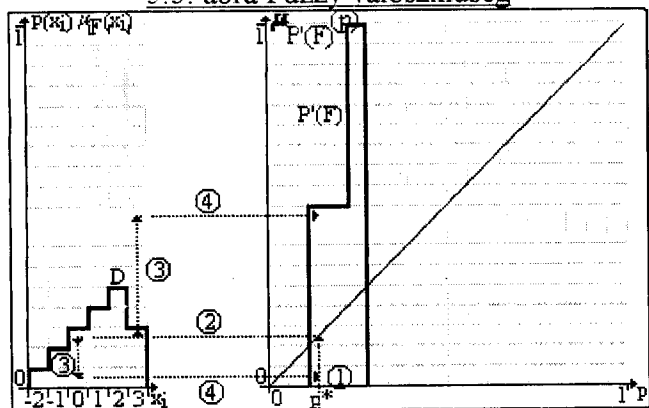
#### **5.3. PÉLDA Részvényárfolyam becslés**

*'A részvényár a jövő héten valószínűleg kismértékben emelkedni fog' - mondta a bróker.*

Ismét feltételezzük, hogy  $D$ , a diszkrét árfolyam változás százalékpontokon értelmezett sűrűségfüggvény és a kismértékű növekedést leíró  $F$  fuzzy halmaz ismertek (lásd 5.5. ábra). Kiválasztunk egy adott  $p^*$  valószínűségi értéket és megpróbáljuk meghatározni a kompatibilitási fokát a 'kismértékű növekedés a részvényárban' komplex eseménnyel.



5.5. ábra Fuzzy valószínűség



Először olyan alaphalmaz elemeket keresünk, amelyeknek valószínűsége  $p^*$  (lásd az 1. és 2. lépést). Ezután meghatározzuk az ilyen alaphalmaz elemekhez tartozó tagságfüggvény értékeket, majd ezek közül kiválasztjuk a maximális tagságfüggvény értéket (lásd 3. és 4. lépés). Ez lesz  $p^*$  tagsági értéke. Formálisan:

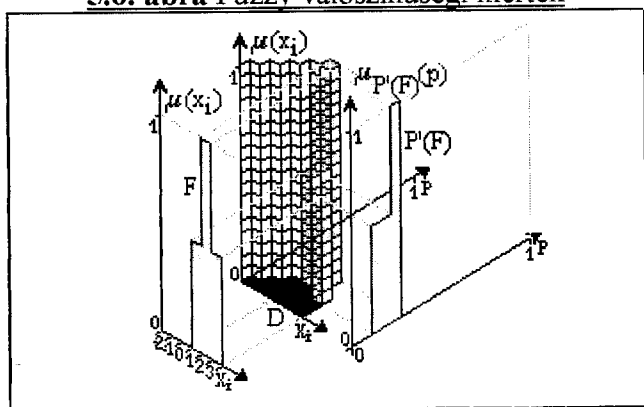
$$\mu_{P'(F)}(p^*) = \text{MAX}_{x_i \in X} [ \mu_F(x_i) \mid p(x_i)=p^* ] \quad (5.22)$$

ahol:

$P'(F)$  -  $F$  fuzzy valószínűségi mértéke (egy fuzzy halmaz a valószínűségi intervallum felett)

A 5.6. ábrán látszik, hogy  $P'(F)$  olyan fuzzy halmaz, amely  $F$  fuzzy halmaz  $D$  sűrűségfüggvény inverzén keresztül történő leképezésével keletkezik.

5.6. ábra Fuzzy valószínűségi mérték



Ezen megközelítés fő előnye, hogy a döntési probléma mindkét fajta bizonytalansága egy fuzzy halmazba van sűrítve, de a valószínűségi és a fuzzy operátorok elkülöníthetőek. Ha fuzzy aritmetikai műveletet (lásd 5.4. rész) végzünk fuzzy valószínűségi mértékeken, az éies operátor reprezentálhatja a valószínűségszámítás előírta műveletet, míg az aktuális fuzzy rendszer által előírt fuzzy művelet a fuzzy Descartes-szorzatban (lásd (5.76 )) jeleníthető meg. A módszer jól tolerálja a tagságfüggvény-érték intervallum skála jellegét.

#### Kritika:

A módszer fő hátránya, hogy a gyakorlatban használatos, egyszerűsített fuzzy aritmetikai módszerek nem pontosak, csak közelítő megoldást adnak a kiterjesztési elv (lásd (5.78)) által előírt elméleti eredményhez képest. Ezért az 5.4. fejezetben kísérletet teszünk egy továbbfejlesztett fuzzy aritmetikai módszer definálására.

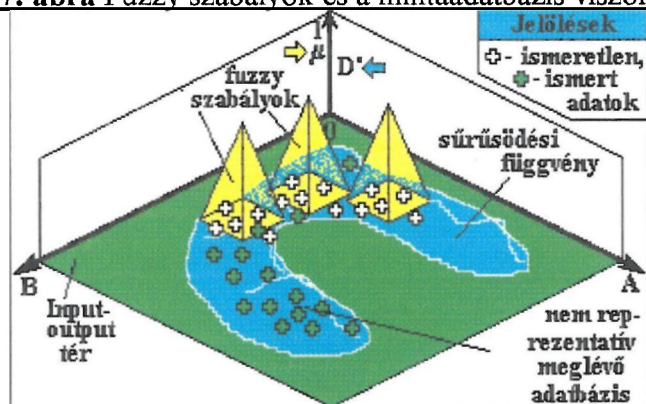
### 5.1.5. A fuzziság és valószínűség kapcsolata a neuro-fuzzy rendszerekben

A neuro-fuzzy rendszerek fő különbsége a hagyományos fuzzy rendszerektől abban áll, hogy itt a tudás beszerzése mintaadatbázisból, a neurális rendszer révén nem felügyelt tanulás segítségével megy végbe, és ennek a folyamatnak a végeredményét jelenítjük meg a fuzzy felületen. A fuzzy rendszerek ezzel szemben az adatbázisszerűen rendelkezésre álló adatokon túllépve, a humán szakértő által már megszerzett szintetikus tudás ábrázolásával foglalkoznak. De mitől szakértő a szakértő, és mi a szintetikus szakértői tudás? A szakértő:

- Olyan megfigyelő, akinek korábban módja volt jelenleg rendelkezésre nem álló, vagy probléma méretbeli korlátok miatt az adatbázisba be nem vonható mintákat megfigyelni.
- Kognitív képességgel rendelkezik, vagyis érzékeli a megfigyelt minták tömörülését, csomósodását, tendenciózus megjelenését a döntési tér bizonyos helyein.
- Képes ezt a fajta szintetizált ismeretanyagot tartósan tárolni, az eredetileg megfigyelt minták törlődése után is.

A fuzzy technikájának lényege - alaposan leegyszerűsítve - az, hogy megpróbálja a szakértő által megfigyelt csomósodások, "klaszterek" elhelyezkedését gúlákat (lásd sárga gúlákat a 5.7 ábrán) segítségével ábrázolni. A fuzzy hipergúla csúcspontjának a "klaszter" centruma felett kell elhelyezkedni, 1 skalárértékkel, oldalainak lefutása pedig a "klaszter" kiterjedéséről ad információt. A gúlát a centrumhoz intervallumskálán mért közelséget jelző függvénynek tekintjük. A skála erősen alkalmazás- és szakértőfüggő, így az ember szubjektivitás igen jelentős szerepet kap a hagyományos fuzzy rendszerekben.

5.7. ábra Fuzzy szabályok és a mintaadatbázis viszonya



Az ábrán kék színnel jelöltük, a problématerben elhelyezkedő, számunkra ismeretlen sűrűségfüggvénynek a döntési tér tetszőlegesen kicsi, Borel-mérhető, azonos méretű régiói feletti integrálját (az adott régió valószínűsége). Erről kétféle úton nyerhetünk információkat: a nem teljesen reprezentatív mintaadatbázis (zöld keresztek) feldolgozásával, vagy a korábban megfigyelt, most rendelkezésre nem álló mintákon (fehér keresztek) alapuló szintetikus szakértői tudás ábrázolásával.

Kosko DCL-AVQ+FAM rendszere a fentiek szempontjából hibrid rendszernek tekinthető: a lehetséges fuzzy hipergúlákat, pozícióját és alakját még szakértőktől beszerzett tudás révén kell meghatározni (a fuzzy nyelvi változók összeállítása), de a rendszer a gúlákat magasságát már nem felügyelt neurális tanulás révén szabályozza, a minta adatbázis sűrűségi jellemzőinek modellezése érdekében.

A Straitjacket+F-Wing rendszer működését teljesen függetlenítettük a szakértői tudástól. Itt a becslés végrehajtásához nincs szükség fuzzy nyelvi változókra. Mindezek következtében a fuzzisági metrikát is az adatbázisból kell származtatnunk objektív módon, elkerülvén a szakértői szubjektivitást. A DCL-AVQ-hoz hasonlóan, a neurális rendszer itt is az empirikus

eloszlás sűrűsödéseit, centroidjait kutatja, mert ezeket a centroidokat és környezetüket tekintjük fuzzy eseményeknek. A nagy különbség, hogy itt egy adott fuzzy eseményt leíró fuzzy szabályt az adott "-tól" neuronból (lásd 3.2. rész) kiinduló fuzzy wingek alkotják, szakértői segítséggel előredefiniált fuzzy hipergúla helyett:

$$FR_j = \underset{j=1}{\overset{m}{MAX}} \left( \mu(c_{jk}) \right) \quad (5.23)$$

A fuzzy wing függvények tulajdonképpen a centroidtól intervallum skálán mért távolságot jelentenek.

## 5.2. Tudásábrázolás

A fuzzy következtetési technika jelentősége nemcsak abban rejlik, hogy segítségével modellfüggetlen becslési rendszereket hozhatunk létre, hanem hogy egy verbális felület segítségével képes komplex, sokváltozós, nem pontosan definiált ismeretanyag megjelenítésére. A tudásábrázoló funkciónak két célja van.

1- Becslés esetén fontos kiegészítő információkat ad az éles output környezetéről. Ha például azt látjuk, hogy az eredmény fuzzy halmaz tagságfüggvénye több azonos nagyságú csúcsból áll, és az éles output ezek közül az egyikhez tartozik, másképpen fogjuk értelmezni az éles eredmény megbízhatóságát. A rendszer azon képessége, hogy sokértékű outputot képes szolgáltatni, létfontosságú lesz sok konkáv elemet tartalmazó sűrűségfüggvénnyel jellemezhető ismeretlen eloszlások becslésekor.

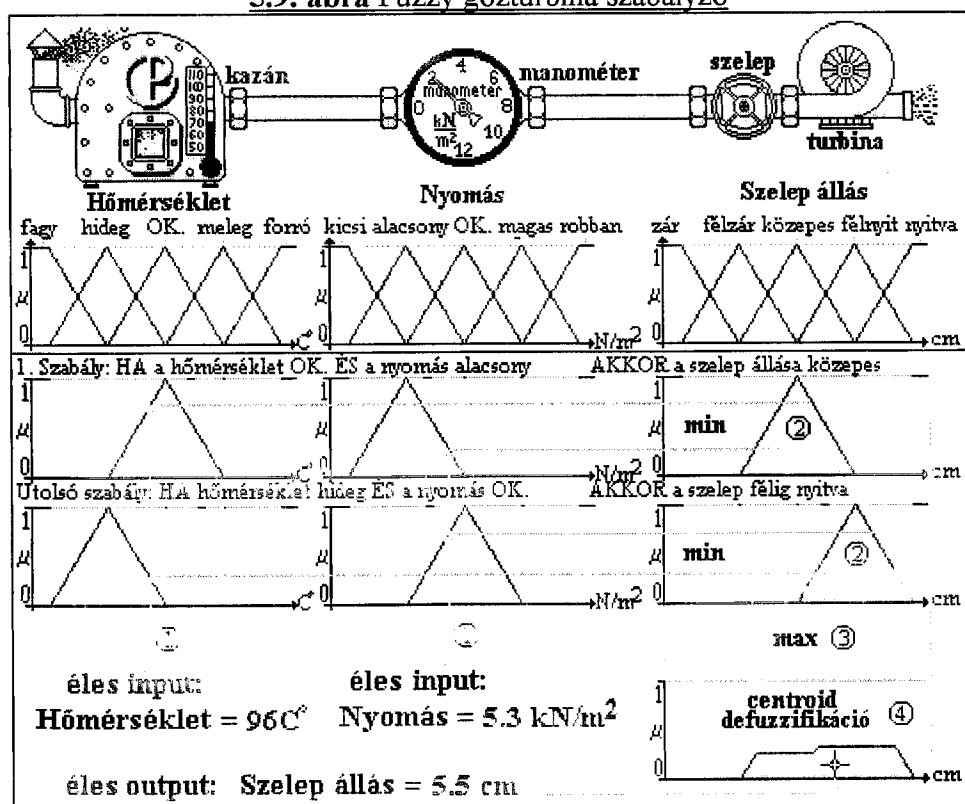
2- A fuzzy rendszerek verbális tudásábrázoló felülete egyúttal a szintetikus, nehezen számszerűsíthető, nem pontosan megfogalmazott szakértői tudás begyűjtésének eszköze.

A fejezetben először röviden felidézzük a tudásábrázolás előnyös oldalait és kritikus pontjait a hagyományos fuzzy következtetési technikában. Ezután megvizsgáljuk, hogyan próbálták a tudásábrázolási módszereket továbbfejleszteni. Végül saját megközelítésünket prezentáljuk a tudásábrázolásról a Straitjacket+F-Wing keretein belül.

### 5.2.1. A tudásábrázolás szerepe a fuzzy rendszerekben, kritikai elemzés

A tudásábrázolás szerepét a formális leírás mellett a szakirodalomban (Kosko, 1992), (Cox, 1994) általánosan elterjedt iskolapéldán mutatjuk be (lásd 5.9. ábra). A "Fuzzy gőzturbina szabályzó" - mint minden iskolapélda - sántít, hiszen a valóságban analitikus formulával könnyen és hatékonyan leírható probléma esetén nyilvánvaló, hogy nem használunk fuzzy rendszert. Itt elsősorban a szemléletesség a lényeg.

5.9. ábra Fuzzy gőzturbina szabályzó



A fuzzy döntési rendszer célja, hogy az éles input- ("hőmérséklet", "nyomás") és output ("szelepállás") döntési változók alkotta input-output térben lévő, ismeretlen hiperfelületet különböző szakértőktől begyűjtött szintetikus tudás segítségével modellezze, és lehetővé tegye az éles input változók adott vektorából ("hőmérséklet" =  $96^{\circ}\text{C}$ , "nyomás" =  $5,3\text{kN/m}^2$ ) az az éles output változók vektorának ("szelepállás" =  $5,5\text{ cm}$ ) meghatározását. Legyen:

$z_i \quad i = 1..s$  - éles input változók

$z_i \quad i = s+1..n$  - éles output változók

$\underline{e}$  - éles input vektor

$\underline{g}$  - éles output vektor, amelynek értékét meg kell határozni

Ahhoz, hogy a szintetikus, nehezen számszerűsíthető szakértői tudást ábrázolni tudjuk, az éles változók, mint alaphalmazok felett fuzzy nyelvi változókat definiálunk. A fuzzy nyelvi változó közös alaphalmazzal rendelkező, általában egymást átlapoló fuzzy halmazok csoportja (pl. a "fagyott", "alacsony", "OK.", "meleg", "forró" fuzzy halmazok alaphalmaz a Celsius-skála):

$F_i = \{f_{ioi} \mid o_i = 1..p_i\}$  - az  $i$ -edik fuzzy nyelvi változó

$V_i \quad i = 1..n$  - az  $i$ -edik fuzzy változó nyelvi jelölője

$o_i = 1..p_i$  - a fuzzy értékek indexe és száma az  $i$ -edik fuzzy nyelvi változó esetében

$f_{ioi} = \{z_i, \mu_{ioi}(z_i) \mid z_i \in \mathbf{R}, \mu_{ioi}(z_i) \in [0,1]\}$  - az  $o_i$ -edik fuzzy érték  $i$ - edik fuzzy nyelvi változó esetében

$v_{ioi} - f_{ioi}$  fuzzy érték nyelvi jelölője

$S(f_{ioi}) = \{z_i \mid \mu_{ioi}(z_i) > 0\}$  - az  $io_i$ -edik fuzzy érték tartója

A fuzzy nyelvi változókat és a fuzzy következtetési szabályokat az adott szakterület szakértői definiálják fuzzy rendszerelméleti szakemberek segítségével. A definiálás során döntení kell:

- Az adott fuzzy nyelvi változóban szereplő fuzzy halmazok számáról (általában 3 és 9 közt)
- A fuzzy halmazok formájáról (trianguláris, trapezoidális, harang-görbe)
- A fuzzy halmazok közti átlapolás mértékéről (általában 50%)

Ezen paraméterek leghatékonyabb beállításai nagymértékben alkalmazásfüggőek. Szerencsére, a fuzzy rendszerek meglehetősen toleránsak a tagságfüggvény formák kiválasztásában és az átlapolásban elkövetett hibák iránt. Sőt, lehetőség nyílik a rendszer fuzziási fokának befolyásolására az átlapolás megváltoztatásával.

A fuzzy rendszer központi elemét a fuzzy következtetési szabályok adják. Ezek a szintetikus, nehezen számszerűsíthető szakértői tudás rögzítésének, ábrázolásának eszközei. A fuzzy következtetési szabályok az input fuzzy nyelvi változók bizonyos értékeit kapcsolják össze az output fuzzy nyelvi változók bizonyos értékeivel. A nyelvi jelölők segítségével a fuzzy következtetési szabályok könnyen kifejezhetők verbális formában (pl. HA "hőmérséklet" ÉRTÉKE "OK." ÉS "nyomás" ÉRTÉKE "alacsony" AKKOR "szelepállás" ÉRTÉKE "közepes"):

A  $j$ -edik fuzzy következtetési szabály:

$R_j$ : HA  $V_1$  ÉRTÉKE  $v_{1o1}$  ÉS  $V_2$  ÉRTÉKE  $v_{2o2}$  ÉS ... ÉS  $V_s$  ÉRTÉKE  $v_{so_s}$  AKKOR (5.24)  
 $V_{s+1}$  ÉRTÉKE  $v_{(s+1)o(s+1)}$  ÉS ... ÉS  $V_n$  ÉRTÉKE  $v_{no_n}$

ahol:

$j = 1..m$  - a fuzzy következtetési szabályok indexe és száma

Minden fuzzy következtetési szabályt fuzzy hipergulaként értelmezünk. A fuzzy hipergulák minden fuzzy nyelvi változóból kiválasztott egyes fuzzy értékek fuzzy Descartes-szorzataként állnak elő:



Az  $j$ -edik fuzzy hipergúla:

$$h_j = \left\{ z, \min_{i=1}^n (\mu_{ioi}(z_i)) \mid z \in S(h_j) \right\} \quad (5.25)$$

ahol:

$S(h_j) = \{S(f_{1oi}) \times \dots \times S(f_{nooi})\}$  - a  $j$ -edik fuzzy hipergúla tartója

Az (5.25)-ben definiált minimum operátor helyett bonyolultabb operátorok (Bouchon-Meunier, 1989) is alkalmazhatók fuzzy implikációs módszerként. Elsőként a fuzzy hipergúla kompozícióját képezzük (jelen esetben maximum kompozícióval), így kapjuk meg a teljes fuzzy rendszer becsléséhez szükséges fuzzy Descartes-szorzatát. Majd  $e$  éles input vektor becslésekor ezen szorzatnak az  $e$  vektor által generált  $E$  hipersíkban fekvő metszetét vesszük. Ez az eredmény fuzzy halmaz (lásd a 2.-3. lépést az 5.9. ábrán). Kompozíciós módszerként összegzés, vagy más, összetett operátorok is szóba jöhetnek.

A metsző hipersík:

$$E = \{ z \mid z_i = e_i, i = 1..s, z \in R^n \} \quad (5.26)$$

Az eredmény fuzzy halmaz:

$$P = \left\{ (z_{s+1}, \dots, z_n), \max_j \left( \min \left( \min_{i=1}^s (\mu_{ioi}(e_i)), \min_{i=s+1}^n (\mu_{ioi}(z_i)) \right) \right) \right\} \quad (5.27)$$

$g$  éles output vektort valamilyen dekompozíciós módszer révén kaphatjuk meg az eredmény fuzzy halmazból. A legelterjedtebb dekompozíciós (defuzzifikációs) módszerek az eredmény fuzzy halmaz tagságfüggvényének maximumát vagy a tagságfüggvény alatti terület súlypontját keresik meg. A maximum-tagság defuzzifikáció:

$$\underline{g} = \underline{g}^* \mid \mu_p(\underline{g}^*) = \sup_{\underline{g}' \in R^{n-s}} \mu_p(\underline{g}') \quad (5.28)$$

A fuzzy döntési rendszereknek van néhány alapvető előnye (Kosko, 1992b), (Cox, 1994) a hasonló feladatok megoldására tervezett éles szabályalapú szakértői rendszerekkel szemben, amelyek konfidencia intervallumokat, vagy valószínűségi faktorokat használnak a bizonytalanság megjelenítésére:

1. Számszerű megközelítés szimbolikus helyett. A fuzzy rendszer könnyedén kezel folytonos kvantitatív változókat, míg a szakértői rendszerek erre sok esetben nem képesek.
2. Hatékonyság komplex, messze nem lineáris problémák modellezésében.
3. A fuzzy rendszer egymásnak ellentmondó szakértői vélemények, következtetési szabályok kezelésére is képes. Ez megoldhatatlan feladat a szakértői rendszerek éles következtetési mechanizmusa számára, mert megkövetelik a tudásbázis teljes konzisztenciáját, ami sokszor irreális követelmény.
4. Ha a fuzzy nyelvi változók jól lefedik az adott szakterület terminológiáját, sokkal könnyebb a tudást fuzzy következtetési szabályok formájába konvertálni, mint analitikus vagy Boole-féle logikai formulákba. Különösen igaz ez látens jelenlévő tudás esetén: a szakértő könnyebben tudja sejtéseit, intuícióit verbálisan kifejezni, mert nem bátoralanítja el az egzakt formalizálás követelménye.
5. Gyorsabb következtetési mechanizmus. A fuzzy rendszerekben minden szabály egyszerre 'tüzel', szemben a szakértői rendszerek lassú és bonyolult döntési mechanizmusával, amely döntési lákat jár be, folytonosan ellenőrizve az inkonzisztencia és a gráf-körök felbukkanását a döntési fában.
6. Ugyanazon probléma kevesebb szabállyal leírható fuzzy rendszerekben a rugalmasság és az átlapolás miatt.

A fuzzy rendszerek fő hátrányai a következőkben foglalhatók össze:

1. Kizárólag szubjektív szakértői tudáson alapulnak. A következtetési szabályok szakértőktől történő beszerzése minden döntési rendszer készítésének legidőigényesebb, legidegesítőbb és

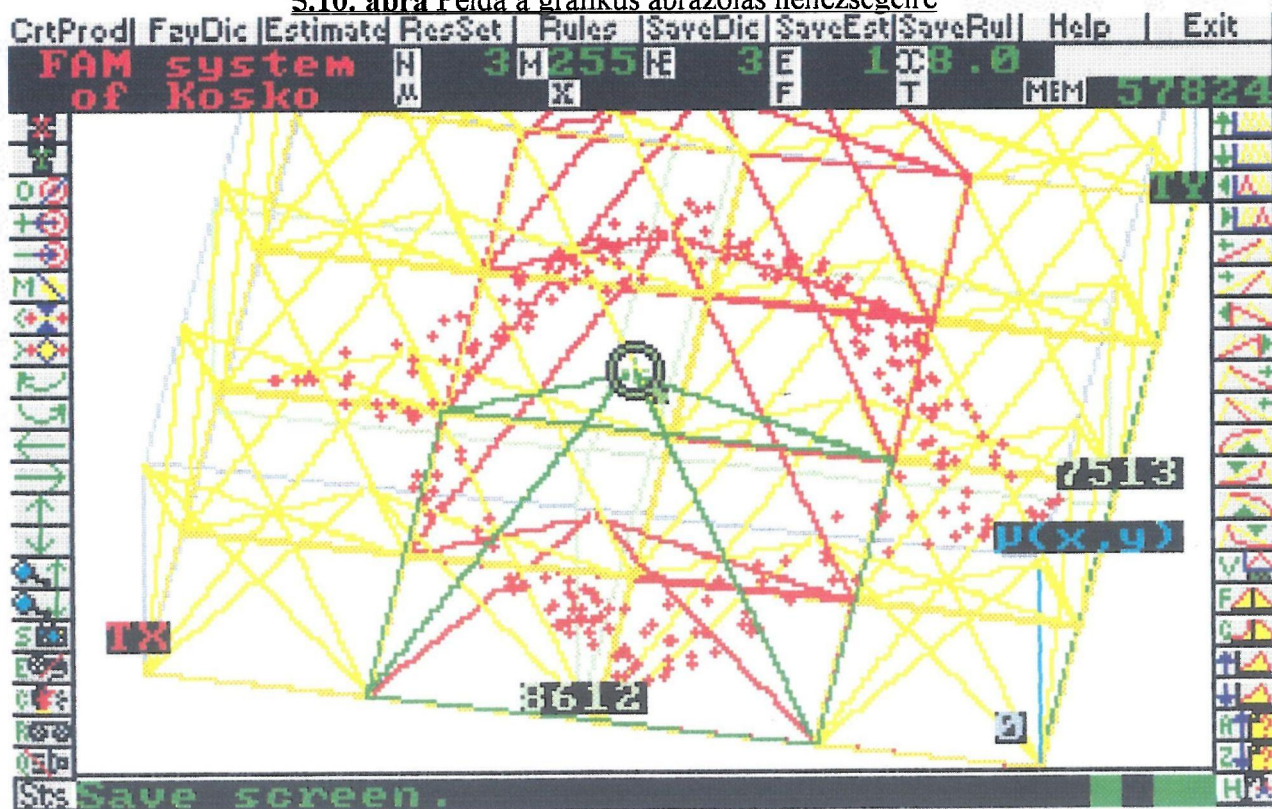
legdrágább része. Az interjúkhoz, amelyekkel a szakértők intuícióit és látens tudását be lehet gyűjteni, jól képzett kérdezőbiztosokra van szükség. Előfordulhat, hogy egyetlen szakértő sem fedezi fel a probléma egy fontos aspektusát. A fuzzy rendszerek nem sokat léptek előre az ismeretek beszerzésének gyorsasága tekintetében az éles szabályalapú szakértői rendszerekhez képest. Erősen érezzük a mintából történő automatikus tanulás szükségességét.

2. Nincsenek absztrakt módszerek a fuzzy nyelvi változókban alkalmazott fuzzy halmazok számának, alakjának, az átlapolás mértékének meghatározására, a kompozíció és a dekompozíció módszerének megválasztására. Ezek a finombeállítások erősen alkalmazásfüggőek, és nagy tapasztalatot igényelnek mind a fuzzy elméletben, mind az adott döntési probléma területén. Bár a fuzzy rendszerek viszonylag jól tűrik a finombeállítási hibákat, a fuzzy ismerettechnológusok szubjektivitása mégis megjelenik a rendszerben.

3. Az ismeretek fuzzy következtetési szabályokkal, vagyis fuzzy hipergulákkal történő ábrázolása a kompakt, centroiddal bíró klaszterek modellezését támogatja. Igaz ugyan, hogy kellő számú, megfelelően elhelyezett fuzzy hipergulával bármilyen, a döntési térben elhelyezkedő alakzatot elfogadható pontossággal meg tudunk közelíteni, de ezeknek a fuzzy hipergulák közti magasabb szintű térbeli összefüggéseknek a verbális felületen történő ábrázolása nem támogatott. Nagyobb változós szám esetén egy-egy fuzzy szabály önmaga is elég hosszú, a fuzzy szabályok csoportjaiból alkotott egységek pedig már áttekinthetetlenek.

4. További problémát jelent, hogy egy bonyolult sokváltozós rendszer outputja általában szintén sokváltozós és bonyolult. Hiába állít elő a fuzzy rendszer egy információban gazdag, sokértékű fuzzy outputot, ha ezt nem tudjuk érthető és áttekinthető módon prezentálni a felhasználó számára. Az igen összetett tagságfüggvénnyel rendelkező eredmény fuzzy halmaz verbális megjelenítése ugyanis szintén nem támogatott. Ezen egy és két dimenzióban még hatékonyan segíthet az eredmény fuzzy halmaz grafikus ábrázolása, magasabb dimenziós szám esetén a grafikus ábrázolás is nehézkessé és áttekinthetlenné válik (lásd 5.10. ábra).

**5.10. ábra** Példa a grafikus ábrázolás nehézségeire



Az F-Wing tesztprogram Kosko-féle FAM üzemmódjából lementett képernyőn egy tesztadatbázishoz készített fuzzy Descartes-szorzat 2+1 dimenziós részlete látható. *TX* és *TY* tengelyek döntési változók, a függőleges tengely tagsági érték. Sárga vonalak jelölik a parciális fuzzy nyelvi változókból potenciálisan alkotható fuzzy hipergúákat (fuzzy szabályokat), piros gúák az aktuálisan kijelölt fuzzy következtetési szabályok. A világoszöld gúla az  $R_2$ :(HA *TX* ÉRTÉKE "közepes" AKKOR *TY* ÉRTÉKE "alacsony") fuzzy szabályt jelzi. A sötétzöld színű keretek a hozzájuk tartozó sötétzöld számokkal az éles inputokat, és az általuk generált hipersíkokat jelzik (az output változó a diagrammon nem látható). Az átlagos felhasználó számára már ez a 2+1 dimenziós ábrázolás is áttekinthetetlen. Még inkább az lenne a 3+1 dimenziós, ahol a fuzzy hipergúákat egy adott belső pontjuk felé "sűrűsödő" téglatestekként lehetne csak megjeleníteni.

Áthidaló megoldást jelent az eredmény fuzzy halmaz defuzzifikációja éles outputtá. A defuzzifikációs módszereknek kölcsönös előnyök és hátrányai vannak: a súlypont-módszer jóval rugalmasabb, de alkalmatlan több csúcsú eredmény fuzzy halmazok kezelésére. A tagság-maximum jobban kezeli az eredmény többértékűségét, de sokkal merevebb. Minden defuzzifikációs módszerre igaz viszont, hogy rendkívül kemény információvesztéssel jár, eltüntetve az eredmény többértékűségét. Ez veszélyes lehet bonyolult, sok konkáv elemet tartalmazó hiperfelületek becslése esetén

### **5.2.2. Továbbfejlesztett tudásábrázolási technikák**

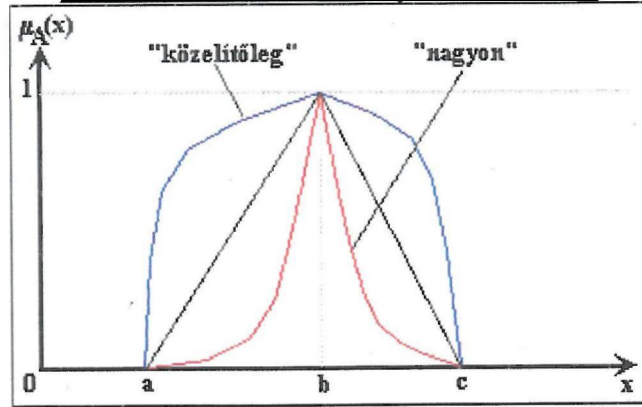
A fent említett problémák közül az első csoport, a lassú és drága manuális tudásbeszerzés, a szubjektív nagyfokú jelenlétének kivédésére vezették be a nem felügyelt neurális tanulást alkalmazó neuro-fuzzy rendszereket. A tudásábrázolással kapcsolatos problémákat több kutató (Baldwin, Pilsworth, 1980), (Baldwin, 1981), (Eshragh, Mamdani, 1981), (Wenstop, 1981), (Bouchon-Meunier, 1992) a Zadeh (Zadeh, 1975) által bevezetett fuzzy nyelvi módosítók alkalmazása révén kívánja megoldani. A fuzzy nyelvi módosító az adott fuzzy halmaz  $\mu: \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$  tagságfüggvény-értékein végrehajtott  $\mathbf{m}: [0,1] \rightarrow [0,1]$  transzformáció, amelyhez nyelvi jelölőt rendelünk. A Zadeh-féle fuzzy nyelvi módosítók erősítő vagy gyengítő jellegűek lehetnek (lásd 5.11. ábra):

$$\text{"nagyon"}[\mu_A(\mathbf{x})] = [\mu_A(\mathbf{x})]^2 \quad (5.29)$$

$$\text{"közelítőleg"}[\mu_A(\mathbf{x})] = [\mu_A(\mathbf{x})]^{1/2} \quad (5.30)$$

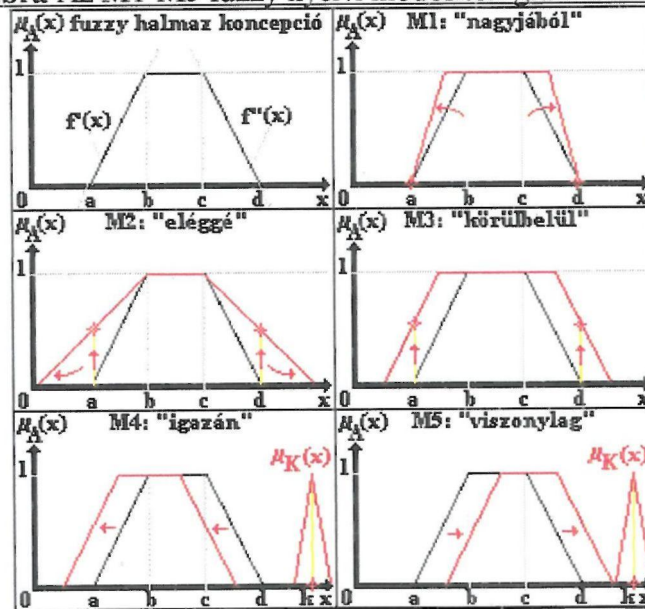
Jellemzőjük a "bennfoglalási elv", vagyis az adott fuzzy halmaz tartóját nem módosítják ( $\alpha$ -szinthalmazait viszont igen). A fuzzy nyelvi módosítók jelentőségének illusztrálásához, vissza kell tekintenünk a 2. részben tárgyalt Kosko-féle FAM-rendszer kritikájához. Ott azt állítottuk - a 4. részben a teszt adatbázison be is mutattuk - hogy a fuzzy rendszerek problémáinak jelentős része abban gyökerezik, hogy előre definiált fuzzy nyelvi változókból alkotott, előre definiált formájú és helyzetű fuzzy hipergúák valamiféle kompozíciójával modellezik a döntési térben fekvő ismeretlen eloszlást. A tesztnél láthattuk, hogy helytelenül definiált fuzzy értékek, vagy időben változó eloszlás esetén ez jelentősen lerontja a becslés hatékonyságát, mert néhány "sűrű pont" fölé nem jut hipergúla, vagy gúák közti völgybe esik. Mi történne azonban, ha lehetőségünk lenne a hipergúák átméretezésére, alakjának változtatására, térben történő eltolására? Az eloszláshoz jobban illő térbeli alakzatok kialakítása révén nemcsak a becslés hatékonyságát tudnánk növelni, de a felesleges fuzzy hipergúák egymásba tolásával a fuzzy következtetési szabályok számát is jelentősen csökkenteni lehetne, ami nem utolsó szempont a tudásábrázolásnál. A fuzzy hipergúákon végzett "szabászati munka" eszközei a fuzzy nyelvi módosítók.

5.11. ábra A Zadeh-féle nyelvi módosítók



A fent felsorolt megközelítések közül Bouchon-Meunier (Bouchon-Meunier, 1992) teóriája a legkifinomultabb, ezért ezt vizsgáljuk meg részletesen. Ő ötféle ( $M_1$ - $M_5$ ) fuzzy nyelvi módosítót definiált, amelyekkel a trapezoidális fuzzy halmazok egy speciális változatán lehet transzformációkat végezni (lásd 5.12. ábra). A fuzzy halmazt a  $[0,1]$  intervallum és két lineáris függvény ( $f'(x)$  és  $f''(x)$ ) segítségével definiáljuk.

5.12. ábra Az  $M_1$ - $M_5$  fuzzy nyelvi módosítók grafikai szemléltetése



A fuzzy halmaz koncepciója:

$$A = \{ [x, \mu_A(x)] \mid x \in X, \mu_A(x) \in [0, 1] \} \quad (5.31)$$

ahol:

$$\mu_A(x) = \max \{ 0, \min [1, f'(x), f''(x)] \} \quad (5.32)$$

$$f'(x) = (x - a) / (b - a) \quad (5.33)$$

$$f''(x) = (d - x) / (d - c) \quad (5.34)$$

A fuzzy nyelvi módosítók típusai (lásd 5.12. ábra):

-  $M_1$ : "nagyjából":

$$M_1(f(x), \alpha) = \alpha \times f(x), \alpha \in [1, 2] \quad (5.35)$$

-  $M_2$ : "eléggé":

$$M_2(f(x), \beta) = \beta \times f(x) + 1 - \beta, \beta \in [0.5, 1] \quad (5.36)$$

-  $M_3$ : "körülbelül":

$$M_3(f(x), \gamma) = f(x) + \gamma, \gamma \in [0, 0.5] \quad (5.35)$$



-  $M_4$ : "igazán":

$$M_4(f(x), \delta) = \begin{cases} f(x + \delta) & \text{ha } (b+c)/2 \geq k \\ f(x - \delta) & \text{ha } (b+c)/2 < k \end{cases} \quad (5.36)$$

-  $M_5$ : "viszonylag":

$$M_5(f(x), \delta) = \begin{cases} f(x - \delta) & \text{ha } (b+c)/2 \geq k \\ f(x + \delta) & \text{ha } (b+c)/2 < k \end{cases} \quad (5.37)$$

ahol:

$K$  - az adott fuzzy nyelvi változó középső fuzzy értéke

$$k = x^* \mid x^* \in X, \mu_K(x^*) = \sup_{x \in X} (\mu_K(x)) - \text{a középső fuzzy érték csúcsa} \quad (5.38)$$

$$\delta \in [0, \min((b-a)/2, c-b, (d-c)/2)] \quad (5.39)$$

A módosítók alkalmazása változatos transzformációkat tesz lehetővé a trapezoidális fuzzy halmazokból adott fuzzy implikációs módszerrel előállított fuzzy hipergúla tekintetében. Különösen az  $M_4$  és  $M_5$  jelent továbblépést a Zadeh-féle koncepcióval szemben, mert igen hatékony tudásábrázolási eszközök, a graduális fuzzy következtetési szabályok (Dubois, Prade, 1990) definiálására nyújtanak lehetőséget.

A graduális szabályok alkalmazásának célja, hogy a hipertéglatest alakú tartóval és egy centrummal rendelkező fuzzy hipergúla helyett bonyolultabb, kiterjedtebb térbeli alakzatokat definiálhassunk egy verbális szabállyal a rendszer fuzzy Descartes-szorzatában. Erre többféle megoldás jöhet szóba:

- 1 - Egyszerű fuzzy következtetési szabályok csoportba rendezése, vagyis az alakzat hipergúla megfelelően elhelyezett csoportján keresztül történő közelítése. Ez következtetés-technikailag megfelelő, de tudásábrázolási szempontból rendkívül hátrányos: a szabály már alacsony változószám esetén is áttekinthetetlenül hosszú.
- 2 - Egyszerű következtetési szabályhoz egy bizonytalansági szorzó definiálása, amely kifejezi, hogy a hozzá tartozó fuzzy hipergúla milyen mértékben fedi le az alakzatot. Ez tudásábrázolási szempontból egyszerű, ám következtetés technikailag rendkívül primitív megoldás. Csak kompakt alakzatok esetén alkalmazható.
- 3 - Graduális szabály létrehozása fuzzy nyelvi módosítókkal. Induljunk ki a (5.24)-ben definiált egyszerű fuzzy következtetési szabályból! Tételezzük fel, hogy minden fuzzy nyelvi változó szerinti eleméhez egy  $M_4$  vagy  $M_5$  típusú módosítót definiálunk  $\underline{\delta} = \{\delta_1, \dots, \delta_n\}$  paraméterezéssel. Legyen  $z = g(\underline{\delta})$  egy minden változó szerint szigorúan monoton sokváltozós függvény. Ekkor

$$g(\underline{\delta}) = 0 \quad (5.40)$$

szigorúan monoton hiperfelületet alkot. Ennek fuzzifikált változatát verbálisan kifejezhetjük a következő graduális fuzzy következtetési szabállyal:

$$R_j: \text{MINÉL INKÁBB } v_{1n1} \text{ ÉRTÉKŰ } V_1 \text{ ÉS } \dots \text{ ÉS MINÉL KEVÉSBÉ } v_{s0s} \text{ ÉRTÉKŰ } V_s, \\ \text{ANNÁL INKÁBB } v_{(s+1)0(s+1)} \text{ ÉRTÉKŰ } V_{s+1} \text{ ÉS } \dots \text{ ÉS ANNÁL KEVÉSBÉ } v_{non} \text{ ÉRTÉKŰ } V_n \quad (5.41)$$

Ahol:

"MINÉL" - az input változók nyelvi jelölője

"ANNÁL" - az output változók nyelvi jelölője

"INKÁBB" - az  $M_4$  nyelvi jelölője

"KEVÉSBÉ" - az  $M_5$  nyelvi jelölője



Látható, hogy az  $M_4$ ,  $M_5$  módosítók használata révén szigorúan monoton hiperfelülethez illeszkedő alakzatokat definiálhatunk verbálisan a fuzzy rendszer becsléshez szükséges fuzzy Descartes-szorzatában. Ez természetesen a számszerű fuzzy következtetési mechanizmusnak is része lehet az (5.36), (5.37), (5.40) formulák felhasználása révén. A gradualitás lehet lokális, amikor a fuzzy nyelvi változók egy-egy adott értékét mozgatjuk a transzformációval, vagy globális, amikor a szabály "végigpásztázza" a fuzzy nyelvi változók több értékét, lehetőséget adva az egész döntési téren átnyúló fuzzy hiperfelület definiálására a rendszer fuzzy Descartes-szorzatában.

A tudásábrázolásban és következtetési mechanizmusban megnyilvánuló előnyök mellett, a megközelítés hátránya, hogy a tudásbeszerzés tekintetében a meglehetősen bonyolult graduális szabályok létrehozása nem támogatott, valamint, hogy ezen a módon csak monoton hiperfelületeket lehet verbálisan megjeleníteni.

### **5.2.3. Tudásábrázolás a Straitjacket+F-Wing rendszerben**

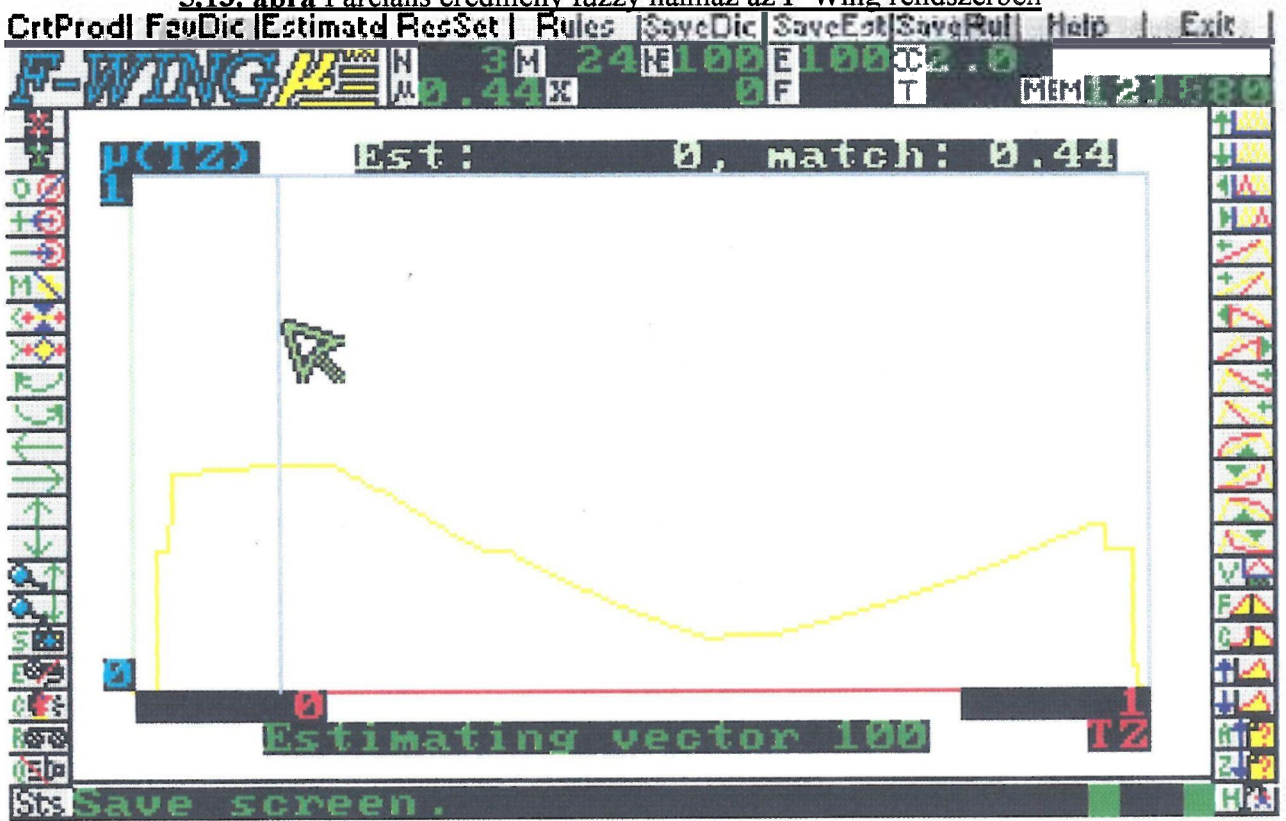
A tudásábrázolás szerepe és célja a Straitjacket+F-Wing rendszerben jelentősen eltér az eddig ismertetett koncepcióktól:

- Az egyszerű fuzzy rendszerekben a verbális formában is kifejezhető fuzzy következtetési szabályokkal történő ismeretábrázolás erősen a tudás beszerzéséhez kötődik. Egy olyan verbális felületet képez, amelyen keresztül nehezen számszerűsíthető, vagy nem pontosan definiált információk áramlanak a szakértők felől a fuzzy rendszerbe. Az összetett tagságfüggvénnyel rendelkező eredmény fuzzy halmazok verbális megjelenítése pedig kevésbé támogatott.

- A Straitjacket+F-Wing rendszerben a tudás beszerzése automatikus módon történik, a neurális hálózat minta adatbázisból történő nem felügyelt tanulása révén. A tudásábrázolás itt a becslés után, a rendszer fuzzy eredményének megjelenítésénél kap szerepet. Más fuzzy rendszerekhez hasonlóan, itt is lehetőség van a parciális eredmény fuzzy halmazok grafikus megjelenítésére (lásd 5.13. ábra), a megjeleníteni kívánt döntési változó feletti tagságfüggvény becslések sorozatával történő feltérképezésével. Ennek azonban magas a számolásigénye, és mint az 5.2.1. részben már említettük, használhatósága korlátozott. Kettőnél több output változó esetén a grafikus ábrázolás áttekinthetetlenné válik, vagy az információk töredékét képes csak bemutatni.

**Az 5.13. ábrán a 4. részben bemutatott teszt adatbázis egy becsülendő vektorának F-Wing tesztprogrammal előállított eredmény fuzzy halmaza látható. A függőleges tengely tagsági érték, a vízszintes tengely a csoportosító változó. (A bináris csoportosító változó az F-Wingben szintén folytonos változóként jelenik meg, így 0.5 alatt a nullás csoportba sorolunk, e felett az egyesbe.) Több output változó esetén ez az egyszerű diagramm már csak igen kis részletét mutatná a rendszer fuzzy eredményének.**

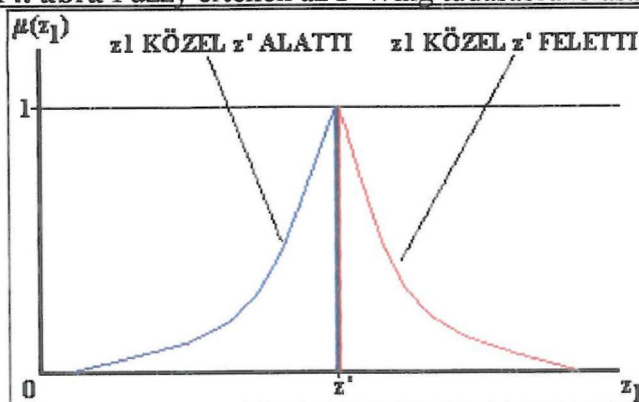
5.13. ábra Parciális eredmény fuzzy halmaz az F-Wing rendszerben



A fentiek miatt az F-Wing rendszerben a fuzzy becslési eredmény ábrázolása céljából elágazó graduális fuzzy szabályokat vezetünk be (5.42):

- A graduális szabály "X KÖZEL x ALATTI/FELETTI" típusú fuzzy értékeket (lásd 5.14. ábra) összekapcsoló egyszerű szabályok láncolatából áll.
- A fuzzy értékek az F-Wing rendszer által kalibrált fuzzy wing függvények parciális metszeteiként állnak elő.
- Az egyszerű szabályok láncolata elágazásokat is tartalmazhat. A faszzerűen szétágazó graduális szabályokat "tudásfák"-nak nevezzük.

5.14. ábra Fuzzy értékek az F-Wing tudásábrázolásában



Az elágazó graduális szabályok alkalmazásának előnyei és hátrányai az alábbiakban foglalhatók össze:

- Az elágazó graduális szabályok lehetőséget adnak a magasabb dimenziószámú output terekben elhelyezkedő, bonyolult, konkáv elemeket tartalmazó térbeli alakzatok verbális ábrázolására, amely az előző részben tárgyalt, nyelvi módosítók segítségével létrehozott graduális szabályok használata esetén nem lehetséges.
- Ellentétben a nyelvi módosító graduális szabályokkal, az elágazó graduális szabályok összeállítása automatikusan történik, a Straitjacket rendszer által alkotott térrács (Straitjacket-háló) segítségével, amely bizonyos térkoordinátákban elhelyezkedő output neuronokból (klaszter centroidokból) és az őket összekötő élekből áll. A graduális szabály lényegében ezen térrács és az  $\underline{e}$  éles input vektor által generált  $E$  hipersík (lásd (3.24)) metszetét írja le. Az elágazó graduális szabályt összeállító algoritmus felhasználja az F-Wing rendszer által előállított bázispont-koordinátákat és azok tagsági értékeit.
- A megoldás hátránya, hogy az elágazó graduális szabály hosszabb, mint a nyelvi módosítókkal létrehozott. Ezt a hátrányt csökkenti, hogy az  $\underline{e}$  által megadott input változókat csak egyszer kell szerepeltetni benne:

HA $z_1 = e_1$ ÉS ...ÉS $z_s = e_s$ AKKOR:	(5.42)
G1.:	
$\mu(\underline{c}_{12})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(12)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(12)}$ ALATTI VAGY	
$\mu(\underline{c}_{23})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(23)}$ ALATTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(23)}$ FELETTI VAGY	
$\mu(\underline{c}_{34})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(34)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(34)}$ ALATTI VAGY	
G1.1.-G1.2.	
G1.1.:	
$\mu(\underline{c}_{45})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(45)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(45)}$ ALATTI VAGY	
$\mu(\underline{c}_{56})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(56)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(56)}$ STOP	
G1.2.:	
$\mu(\underline{c}_{47})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(47)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(47)}$ ALATT VAGY	
$\mu(\underline{c}_{78})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(78)}$ ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(78)}$ ALATTI STOP	
G2.:	
$\mu(\underline{c}_{09})$ LEHET, HOGY $z_{s+1}$ KÖZEL $c_{s+1(09)}$ FELETTI ÉS ... ÉS $z_n$ KÖZEL $c_{n(09)}$ ALATTI STOP	

Az elágazó graduális fuzzy szabályok felépítésére bevezetjük a 'tudásfa'-algoritmust:

### Tudásfa-algoritmus...

Az algoritmus a gráf-fa bejáró és építő heurisztikák népes családjába tartozik. Futása az előzetes becslés éles outputját adó bázisponthoz tartozó fuzzy wing "-tól" neuronjától indul (lásd (5.47)). Ezután az algoritmus az output neuronok közti ugrásokkal halad végig a Straitjacket-háló, mint teljesen összekötött, nem irányított gráf bizonyos élei mentén (lásd 5.15. ábra). Az ugrálás célja, hogy bejárjuk azon gráf-éleket, amelyek metszik  $E$  hipersíkot. Ennek érdekében egy adott ugrás célját képező output neuront úgy igyekszünk kiválasztani, közel essen  $E$  hipersíkhhoz (lásd (5.52)), közel legyen az aktuális neuronhoz (lásd (5.53)), kicsi legyen a térbeli iránytörés az előző ugrás irányához képest (lásd (5.54)) és eddig nem érintett neuron legyen. Az ugrálás közben érintett bázispontokat sorban összekötjük, ezzel egy fa-struktúrát definiálunk, amely  $E$  hipersíkon fekszik (lásd 5.15. ábra). Az algoritmus ezt a struktúrát a fentebb definiált fuzzy érték típus segítségével rögtön át is fordítja verbális formába

(5.46), (5.51), (5.59), így az algoritmus outputja elágazó graduális fuzzy szabályként jelenik meg.

Az elágazó graduális fuzzy szabályok kiterjedtségét, a résztvevő elemi szabályok számát a  $\gamma$  paraméterrel befolyásolhatjuk, amely a tudásfába kerülő információk kompatibilitási fokának alsó határa.

A tudásábrázolást végző algoritmus sokszor lassúbb mint az előzetes becslést végző F-Wing rendszer. Sebessége - a fábejárás technika miatt - inkább az éles szabályalapú szakértői rendszerek következtetési mechanizmusával vethető össze. Ne felejtjük el azonban, hogy a gyakorlati alkalmazási területek nagy részénél a becslés, a döntés előtt sokkal keményebb időkorlát áll, mint a tudásábrázolás előtt. (Például, egy Sidewinder-légi harckéntának összesen 9-12 másodperce van arra, hogy egy  $256 \times 256$  pixeles hőképből felismerje a célt és rávezesse magát. Annak bemutatására, hogy mi alapján ismerte fel a célt, ennél jóval több idő áll rendelkezésre.)

Az algoritmus előnyei hagyományos grafikus ábrázolással szemben csak 3-4 output változó felett érvényesülnek. 1-2 dimenziós output tér esetén továbbra is az eredmény fuzzy halmazok grafikus megjelenítését alkalmazzuk.

#### Indexek:

$i = 1..s$  - az input változók indexe

$i = s+1..n$  - az output változók indexe

$j, k = 1..m \mid y_j = 1, y_k = 1$  - az output neuronok indexe

$z_i$  - éles döntési változók

#### Inputok, paraméterek:

Az F-Wing algoritmus outputjai:

$\underline{m}^T_j \mid j=1..m \mid y_j=1$  - az output neuronok térkoordináta-vektorai

$y_j$  - a j-edik output neuron aktivitási jelzője

$(jk)^*$  - a bázisponttal rendelkező fuzzy wingek indexeinek halmaza

$\underline{e}$  - éles input vektor

$[\mu(\underline{c}_{jk}), \underline{c}_{jk}] \mid (jk) \in (jk)^*$  - a bázispontok és tagsági értékeik

Saját paraméter:

$\gamma \in [0,1]$  - a tudásfába kerülő információk kompatibilitási fokának alsó határa

#### Egyéb jelölések:

$r(t)$  - az aktuális output neuron indexe a t-edik lépésben

$h(t)$  - az aktuális output neuron saját bázispontját létrehozó fuzzy wing "-ig" neuronjának indexe a t-edik lépésben

$q_j \in [0,1] \mid j=1..m \mid y_j=1$  - a j-edik output neuron tudásfába építettségének jelzője

$p_j \mid j=1..m \mid y_j=1$  - a j-edik output neuront megelőzően aktuális output neuron indexe a fában történő visszalépéshez

$d(\underline{m}_i, \underline{m}_j)$  - két output neuron térkoordinátáinak euklideszi távolsága

A jk-adik fuzzy wing parciális irányultságának nyelvi jelölője:

$$v(m_j, c_{jk}) = \begin{cases} \text{"FELETTI"} & \text{ha } m_j < c_{jk} \\ \text{"ALATTI"} & \text{ha } m_j > c_{jk} \\ \text{" " } & \text{különben} \end{cases} \quad (5.43)$$

### 1. LÉPÉS Inicializáció

$$t:=1 \quad (5.44)$$

$$q_j:=0 \mid j=1..m \mid y_j=1 \quad (5.45)$$

$$\text{DISPLAY: (HA } z_i = e_i \text{ ÉS } \dots \text{ ÉS } z_i = e_i, \text{ AKKOR:)} \quad (5.46)$$

## 2. LÉPÉS Belépési neuron választás

A belépési neuron szemléletesen az adott tudásfa gyökér-része. Az első belépési neuron mindig megegyezik az F-Wing éles outputjához tartozó bázispontot létrehozó fuzzy wing "-tól" neuronjával.

$$r(t) := \begin{cases} j' & \text{ha } \mu(c_{j'k}) = \underset{(jk) \in (j,k)^*}{MAX} [\mu(c_{jk})], q_{j'} = 0, \mu(c_{j'k}) \geq \gamma \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (5.47)$$

IF  $r(t)=0$  THEN GOTO 5. LÉPÉS - ha nincs több belépési neuron, az algoritmus véget ér

$p_{r(t)} := 0$  - A belépési neuron regisztrálása (5.48)

$q_{r(t)} := 1$  (5.49)

## 3. LÉPÉS Az aktuális output neuron saját bázispontjának kijelölése

Az első belépésnél az aktuális output neuron saját bázispontja megegyezik az F-Wing éles outputjához tartozó bázisponttal:

$$h(t) := k' \mid \mu(c_{r(t)k'}) = \underset{(r(t)k) \in (j,k)^*}{MAX} [\mu(c_{r(t)k})] \quad (5.50)$$

DISPLAY:  $(\mu(c_{r(t),h(t)}))$  LEHET, HOGY  $z_{s+1}$  KÖZEL  $c_{s+1,r(t),h(t)}$   $v(m_{s+1,r(t)}, c_{s+1,r(t),h(t)})$  ÉS ... (5.51)  
ÉS  $z_n$  KÖZEL  $c_{n,r(t),h(t)}$   $v(m_{n,r(t)}, c_{n,r(t),h(t)})$

## 4. LÉPÉS Az aktuális output neuron váltása

Az új aktuális output neuront három kritérium figyelembevételével választjuk ki a lehetséges jelöltek köréből:

- Közel essen E hipersíkhhoz:  $\mu(c_{j,r(t)})$  (5.52)

- Közel legyen az aktuális neuronhoz:  $1 - d(m_j, m_{r(t)})$  (5.53)

- Kicsi legyen a térbeli iránytorés az előző ugrás irányához képest:  
 $d(m_j, m_{r(t-1)}) / [d(m_j, m_{r(t)}) + d(m_{r(t)}, m_{r(t-1)})]$  (5.54)

$$r(t+1) := \begin{cases} j' & \text{ha } \mu(c_{j'r(t+1)}) = \underset{(j,r(t+1)) \in (j,k)^*}{MAX} \left\{ \mu(c_{jk}) \times [1 - d(m_j, m_{r(t)})] \times \frac{d(m_j, m_{r(t-1)})}{d(m_j, m_{r(t)}) + d(m_{r(t)}, m_{r(t-1)})} \right\}, q_{j'} = 0, \mu(c_{j'k}) \geq \gamma \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (5.55)$$

IF  $r(t+1)=0$  THEN BEGIN - ha nem tudott továbbugrani új output neuronra...

DISPLAY:(STOP) - áglezáró jel megjelenítése

IF  $p_{r(t)}=0$  THEN BEGIN - ha az aktuális neuron belépési pont...  
 $t := t+1$  (5.56)

GOTO 2. LÉPÉS - vissza a belépési neuron váltásra

END ELSE BEGIN - ha az aktuális neuron nem belépési pont...

$r(t+1) := p_{r(t)}$  (5.57)

$t := t+1$  (5.58)

GOTO 4. LÉPÉS - visszaugrik az előző aktuális neuronra

END

END ELSE BEGIN - ha a továbbugrás lehetséges...

DISPLAY:(VAGY) - ágfolytatási jel megjelenítése

DISPLAY:  $(\mu(c_{r(t+1),r(t)}))$  LEHET, HOGY  $z_{s+1}$  KÖZEL  $c_{s+1,r(t+1),r(t)}$   $v(m_{s+1,r(t+1)}, c_{s+1,r(t+1),r(t)})$  ÉS ...  
ÉS  $z_n$  KÖZEL  $c_{n,r(t+1),r(t)}$   $v(m_{n,r(t+1)}, c_{n,r(t+1),r(t)})$  (5.59)

$p_{r(t+1)} := r(t)$  - az új aktuális neuron regisztrációja (5.60)

$q_{r(t+1)} := 1$  (5.61)

GOTO 3. LÉPÉS - vissza a saját bázispont-kijelölésre

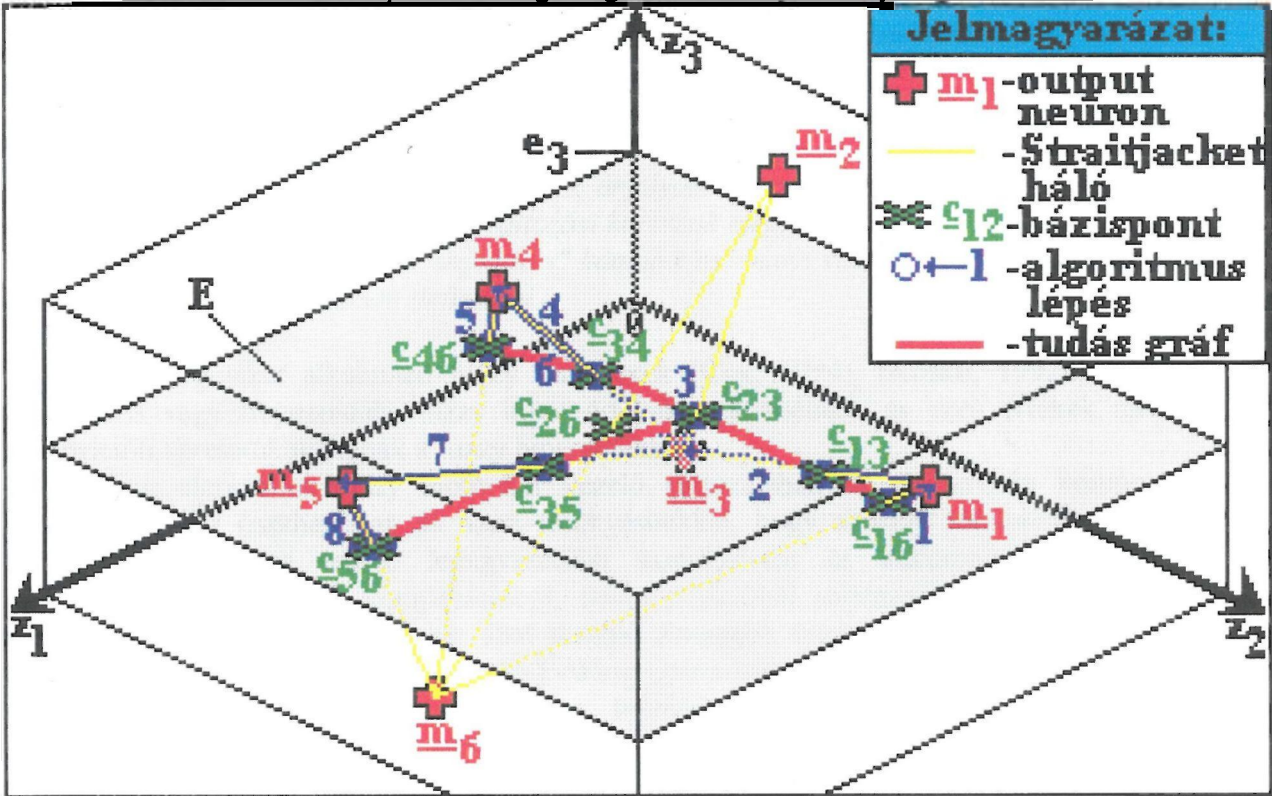
END



5. LÉPÉS Az algoritmus zárása

Végezetül, lássunk egy igen egyszerű grafikus példát a faépítő algoritmus működéséről:

5.15. ábra Grafikus példa az elágazó graduális fuzzy szabályok generálására



Az ábrán egy három változós döntési tér látható, amelyben a Straitjacket algoritmus 6 klaszter centroidot (output neuront) helyez el (lásd vörös keresztek). (A mintavektorokat az áttekinthetőség kedvéért elhagytuk.) Az aktuálisan becsülendő  $e$  vektorban csak  $z_3$  változónak van értéke ( $e_3$ ), vagyis két output változónk van ( $z_1$  és  $z_2$ ). Így a becsülendő vektor a kétdimenziós  $E$  hipersíkot generálja a döntési térben (lásd a szürke síkot). A bázispontok (zöld keresztek) az output neuronok közti térrács (Straitjacket-háló, sárga vonalak) és  $E$  metszetei. (A térrács bázispontot nem tartalmazó éleit az egyszerűség kedvéért elhagytuk.) A rendszer éles becslési eredménye a  $\underline{c}_{16}$  bázispont. Első lépésben (1), visszalépünk a hozzátartozó "-tól" neuronra ( $\underline{m}_1$ ). Ezután az algoritmus szabályai szerint átugrunk más output neuronokra, és a hozzájuk tartozó bizonyos bázispontok megfelelő sorrendben történő összekötésével felépítjük az aktuális fuzzy eredményt leíró tudásfát (vörös vonalak).

## **5.3. Fuzzy inputok alkalmazása**

### **5.3.1. Fuzzy értékek, mint inputok**

Gyakorlati döntési problémákban gyakran előfordul olyan helyzet, amikor a döntés időpontjában fennálló információhiány miatt nem lehet vagy nem célszerű az inputokat pontosan definiálni. Lássunk erre egy példát:

#### **5.4. PÉLDA *Head & shoulders***

*Régi tőzsdei szabály, hogy ha a részvények árfolyam-diagramjaiban "head & shoulders" alakzatok jelennek meg, az árfolyam változási kurzusok megfordulására lehet számítani. Ezen szabály inputját képező "head & shoulders" komplex eseményt viszont meglehetősen nehézkes lenne éles módon, analitikusan definiálni.*

A fuzzy hipergulákat alkalmazó fuzzy rendszerek (Cox, 1994), (Kosko, 1992a) általában trianguláris vagy trapezoidális fuzzy input értékeket definiálnak, és ezen értékek maxmin kompozíción keresztül aktiválják a fuzzy hipergulákat.

Az F-Wing algoritmus fuzzy inputokat kezelő változatában mi is maxmin kompozíciót alkalmazunk. Ez összhangban áll azon törekvésünkkel, hogy a fuzzy rendszerben a gyors becslés érdekében a lehető legegyszerűbb kompozíciós és dekompozíciós módszert alkalmazzunk. A durvább kompozícióból, dekompozícióból származó hátrányokat a fuzzy Descartes-szorzat neurális rendszer által történő finomabb összeállításával és fuzzy wingek használatával kívánjuk ellensúlyozni. Az F-Wing alábbi változata abban különbözik az eddigi rendszerektől, hogy fuzzy inputokként a triangulárok egy továbbfejlesztett változatát alkalmazzuk, ami jobban illeszkedik a fuzzy wing függvényekhez.

### **5.3.2. F-Wing algoritmus fuzzy inputokkal**

(Az itt nem definiált jelölések megegyeznek 3.2. részben tárgyaltakkal.)

Indexek:

$i = 1..s, 0 < s < n$  - az input változók indexe

$i = s+1..n$  - az output változók indexe

Inputok és paraméterek:

A Straitjacket rendszer outputjai:

$\underline{m}_j^T(t) \ j=1..m \ | \ y_j(t)=1$  - klaszter centroid koordináta vektorok

$\underline{y}(t)$ - az output neuron mező membrán vektora

$0 < \chi$  - a rendszer fuzziságának foka ( 0-hoz közel: éles,  $\infty$  : fuzzy)

Vegyünk egy  $z_i \ i=1..s$  éles döntési változókon, mint alaphalmazokon értelmezett fuzzy halmazokból álló input vektort:

$$\underline{e}^* = \{ e_1, \dots, e_s \} \quad (5.62)$$

Az input fuzzy értékek legyenek (lásd 5.16. ábra):

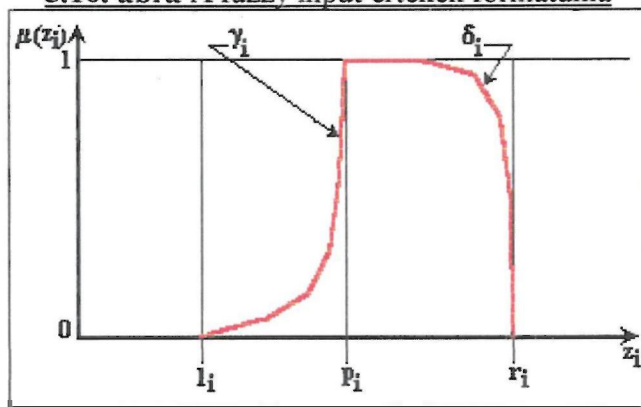
$$e_i = \{ [ z_i, \mu(z_i, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) ] \ | \ z_i \in \mathbb{R} \} \quad i=1..s \quad (5.63)$$

ahol a tagságfüggvény:

$$\mu(z_i, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) = \begin{cases} \left( \frac{z_i - l_i}{p_i - l_i} \right)^{\gamma_i} & \text{ha } l_i \leq z_i \leq p_i \text{ és } \gamma_i \geq 1 \\ \left( \frac{p_i - z_i}{p_i - l_i} \right)^{\gamma_i} & \text{ha } l_i \leq z_i \leq p_i \text{ és } \gamma_i < 1 \\ \left( \frac{r_i - z_i}{r_i - p_i} \right)^{\delta_i} & \text{ha } p_i < z_i \leq r_i \text{ és } \delta_i \geq 1 \\ \left( \frac{z_i - p_i}{r_i - p_i} \right)^{\delta_i} & \text{ha } p_i < z_i \leq r_i \text{ és } \delta_i < 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (5.64)$$

$$l_i < p_i < r_i \quad i=1..s \quad (5.65)$$

5.16. ábra A fuzzy input értékek formátuma



A fuzzy inputoknál alkalmazott tagságfüggvény-formula fontosabb tulajdonságai:

1. Egyedi maximumhellyel rendelkeznek:

$$z_{\max} > z_i, \forall z_i \in U(z_{\max}), \forall \varepsilon > 0 \quad (5.66)$$

ahol:

$z_{\max} = z \mid \mu(z, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) = \text{MAX}_{z \in U} [\mu(z, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i)]$  - a tagságfüggvény maximumhelye

$U(z_{\max}) - z_{\max}$   $\varepsilon$  sugarú környezete

2. A maximumhelytől balra szigorúan monoton nő, jobbra szigorúan monoton csökken:

$$\begin{aligned} \mu(z, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) &< \mu(z', l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) \quad \text{ha } z < z' \text{ és } z, z' < z_{\max} \\ \mu(z, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) &> \mu(z', l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i) \quad \text{ha } z < z' \text{ és } z, z' > z_{\max} \end{aligned} \quad (5.67)$$

3. Megfelelő paraméterezéssel képes megközelíteni, trianguláris, trapezoidális, "fűrészfog" és singleton alakú tagságfüggvényeket.

A gyakorlati alkalmazásban sokszor előfordul, hogy a fuzzy és éles input értékek keverten fordulnak elő. Ez esetben az éles input értékeket fuzzy singletont közelítő paraméterezésű tagságfüggvényekkel írjuk le:  $l_i \approx p_i \approx r_i, \gamma_i, \delta_i \gg 1$

Egyéb jelölések:

$\mathbf{g} = (g_{s+1}, \dots, g_n)$  - az output vektor, amelynek értékeit meg kell határozni.

$(\mathbf{j}, \mathbf{k})^* = \mathbf{j}, \mathbf{k} \mid \mathbf{j} = 1..m, \mathbf{k} = 1..m, \mathbf{j} \neq \mathbf{k}, \mathbf{y}_j(\mathbf{t})=1, \mathbf{y}_k(\mathbf{t})=1$  - a Straitjacket által kalibrált fuzzy wing hiperrégiók indexei

$\mathbf{c}_{jk} = (c_{1jk}, \dots, c_{njk})$  - a  $\mathbf{j}, \mathbf{k}$ -adik fuzzy wing bázispontja

$\mathbf{O}_{jk}$  - a  $\mathbf{j}, \mathbf{k}$ -adik fuzzy hiperrégió parciális metszeteinek száma

A **jk**-adik fuzzy hiperrégióban értelmezett relatív koordinátákat előállító függvény:

$$h_{ijk}(z_i) := \begin{cases} \left| \frac{z_i - m_{ik}}{m_{ij} - m_{ik}} \right| & \text{ha } m_{ij} \neq m_{ik} \text{ és } z_i \in [m_{ij}, m_{ik}] \\ 1 & \text{ha } m_{ij} = m_{ik} = z_i \end{cases} \quad (5.68)$$

### 1. LÉPÉS A fuzzy wingek bázispontjainak meghatározása

A bázispontok input változók szerinti koordinátáit az  $e$  fuzzy vektor elemei és a fuzzy wingek parciális vetületeinek maxmin kompozíciója révén határozzuk meg:

$$c_{i(jk)*} := z'_i \left[ \text{MIN} \left[ \mu_i(z'_i, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i), (h_{ijk}(z'_i))^z \right] \right] = \text{MAX}_{z \in R} \left\{ \text{MIN} \left[ \mu_i(z'_i, l_i, \gamma_i, p_i, \delta_i, r_i), (h_{ijk}(z'_i))^z \right] \right\} \quad (5.69)$$

Adott bázispont output változók szerinti koordinátáit az adott fuzzy hiperrégióban relatív koordinátaként értelmezhető input koordináták számtani átlagaként határozzuk meg:

$$c_{i(jk)*} := \left[ \sum_{i=1 | z'_i \in [m_{ij}, m_{ik}]}^s h_{ijk}(z'_i) \right] \times \frac{m_{ij} - m_{ik}}{o_{(jk)*}} + m_{ik} \quad (5.70)$$

$\forall (jk)*, i = s+1..n$

ahol:

$$o_{(jk)*} := \sum_{i=1 | z'_i \in [m_{ij}, m_{ik}]}^s 1 \quad \text{- a } j, k\text{-adik fuzzy hiperrégió parciális metszeteinek száma} \quad (5.71)$$

Az algoritmus további lépései azonosak az éles inputokat alkalmazó F-Wing algoritmusnál tárgyaltaival:

### 2. LÉPÉS A bázispontok tagságfüggvény-értékeinek meghatározása fuzzy wing függvények segítségével

$$\mu(c_{(jk)*}) := \frac{o_{(jk)*}}{n} \times \left( \text{MIN}_{i=1 | c_{i(jk)*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(c_{i(jk)*}) \right) \right)^z \times \left( \frac{\text{MIN}_{i=1 | c_{i(jk)*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(c_{i(jk)*}) \right)}{\text{MAX}_{i=1 | c_{i(jk)*} \in [m_{ij}, m_{ik}]}^n \left( h_{ijk}(c_{i(jk)*}) \right)} \right)^{1-z} \quad (5.72)$$

ahol:

$$\forall (jk)*$$

$o_{(jk)*}/n$  -  $E$  és a **jk**-adik fuzzy hiperrégió parciális metszési foka

$z > 0$  - a rendszer fuzzióságának foka

### 3. LÉPÉS Az output vektor meghatározása

Az output vektor kompatibilitási indexe:

$$CIX(\underline{g}) := \mu(\underline{c}_{(jk)*}^{\max}) = \text{MAX}_{(jk)*} \left( \mu(\underline{c}_{(jk)*}) \right) \quad (5.73)$$

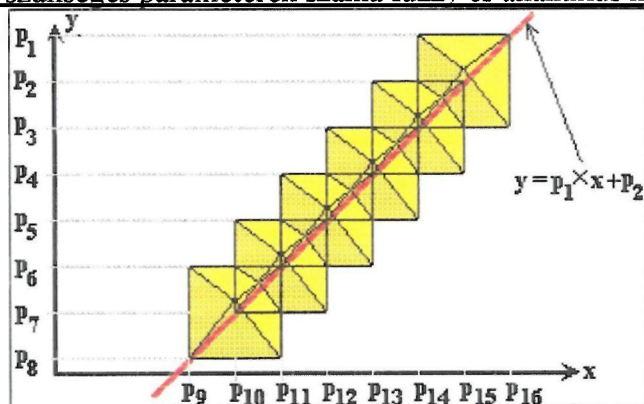
Az éles, becsült output vektor:

$$\underline{g}_i := \underline{c}_{i(jk)*}^{\max} \quad i = s+1..n \quad (5.74)$$

## 5.4. Fuzzy aritmetika

Minden fuzzy rendszer alkalmazásának kritikus pontja, ha döntési változók kapcsolatrendszerében a messze nem lineáris, sőt nem függvénytípusú, különböző szisztematikusságú zajokkal terhelt megjelenő kapcsolatok keverednek egyszerű függvényekkel leírható, gyakran előre definiált, determinisztikus kapcsolatokkal. (Például, különböző üzleti tervek elemzésekor az üzleti terv különféle elemei (export- és belföldi árbevétel, befektetések, anyagköltségek, valutaárfolyamok) közti bonyolult, sok tényező által befolyásolt, sztochasztikus kapcsolatrendszer ábrázolása mellett meg kell jeleníteni az üzleti terv szerkezetét is.) Ezek az éles függvénytípusú kapcsolatok nagy kiterjedésű, gyakran a teljes döntési téren áthúzódó, folytonos hiperfelületeket alkotnak. A FAM vagy F-Wing fuzzy döntési rendszerek viszont éppen azért készültek, hogy a döntési térben megfelelően elhelyezett lokális jellegű információk (fuzzy hipergulák, vagy fuzzy wingek) kompozíciója révén modellezzenek nem folytonos, nem függvénytípusú, konkáv elemekkel tarkított, viszonylag kis kiterjedésű hiperfelületeket. Vagyis ezen rendszerekben fuzzy hipergulák, vagy fuzzy wingek egész légiója szükséges folytonos, kiterjedt hiperfelületek megfelelő pontosságú ábrázolásához, ami óriási információtömeg mozgatását és óriási számolási igényt jelent az analitikus jellegű reprezentációhoz képest (lásd 5.17. ábra). Hogyan oldható meg ez a probléma a fuzzy megközelítés nyújtotta előnyök elvesztése nélkül?

**5.17. ábra** A szükséges paraméterek száma fuzzy és analitikus közelítés esetén



- Az első megoldás az 5.2. részben tárgyalt, Bouchon-Meunier-féle (Bouchon-Meunier, 1992)  $M_4$ ,  $M_5$  fuzzy nyelvi módosítók alkalmazása.
- A második megoldást a Zimmermann-Zysno-féle (Zimmermann, 1983), a 2. részben már ismertetett, hierarchikus fuzzy információ aggregáció jelenti. Az első két megoldás hátránya, hogy le kell mondanunk a nem monoton kontroll felületek létrehozásáról.
- Megoldásként számbajöhet a rendszer szétagolásra éles és fuzzy következtetési mechanizmusra, a két rész közti információcserével. Csakhogy, a kétfajta rendszer aligha kombinálható egymással. Az éles következtetési mechanizmusok megkövetelik az ellentmondás-mentességet, míg az ellentmondó információk kezelése a fuzzy technika egyik alapvető előnye. Ezenkívül a fuzzy részből az éles rész felé átadott információkat folyton defuzzifikálni kellene, ami állandó, erős információvesztést jelentene.
- A negyedik megoldási lehetőség éles analitikus információk közvetlen megjelenítése a fuzzy következtetési mechanizmusban - a fuzzy számokon végzett fuzzy aritmetikai műveletek révén. A következőkben először felidézzük a fuzzy számok fogalmát és a fuzzy aritmetika elméleti alapjait, majd áttekintjük és kritikai elemzés tárgyává tesszük a jelenleg alkalmazott fuzzy aritmetikai módszereket, végül egy új fuzzy aritmetikai módszert vezetünk be szakaszonként lineáris tagságfüggvénnyel bíró fuzzy számok kezelésére.



### 5.4.1. Elméleti alapok

- A fuzzy szám bizonytalan, pontatlanul megfogalmazott mennyiségek (pl. "körülbelül 7", "8 és 10 közt", stb.) ábrázolására szolgáló fuzzy halmaz:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in R, \mu_A(x) \in [0,1] \} \quad (5.75)$$

Fuzzy szám folytonos és diszkrét alaphalmazon is definiálható.

- A kiterjesztési elvet L. A. Zadeh vezette be (Zadeh, 1973), éles aritmetikai operátorok fuzzyvá konvertálása céljából. Az egyszerűség kedvéért diszkrét fuzzy számokon és csak két operandusz esetén mutatjuk be működését. Az érdeklődők könnyen általánosíthatják ezt több operandusz esetére.

- Legyen **A** és **B** két fuzzy operandusz,  $U_a = \{a_i \in R, i=1..n\}$  és  $U_b = \{b_j \in R, j=1..m\}$  diszkrét elemekből álló alaphalmazaik.

- Legyen **Z** a művelet eredményeként létrejövő fuzzy szám, diszkrét elemekből álló alaphalmaza  $U_z = \{z_k \in R, k=1..n \times m\}$

- Legyen  $f: U_a \times U_b \rightarrow U_z$  függvény az éles aritmetikai operátor  $z = f(a, b)$ , amit fuzzifikálni akarunk.

- **A** és **B** fuzzy Descartes-szorzata:

$$C = \{ (a_i, b_j), \min[ \mu_A(a_i), \mu_B(b_j) ] \mid i=1..n, j=1..m \} \quad (5.76)$$

- **Z** eredmény fuzzy számot a következőképpen kaphatjuk meg **A**-ból és **B**-ből:

$$Z = \{ (z_k, \mu_Z(z_k)) \mid z_k = f(a_i, b_j), i=1..n, j=1..m, k=1..n \times m \} \quad (5.77)$$

ahol:

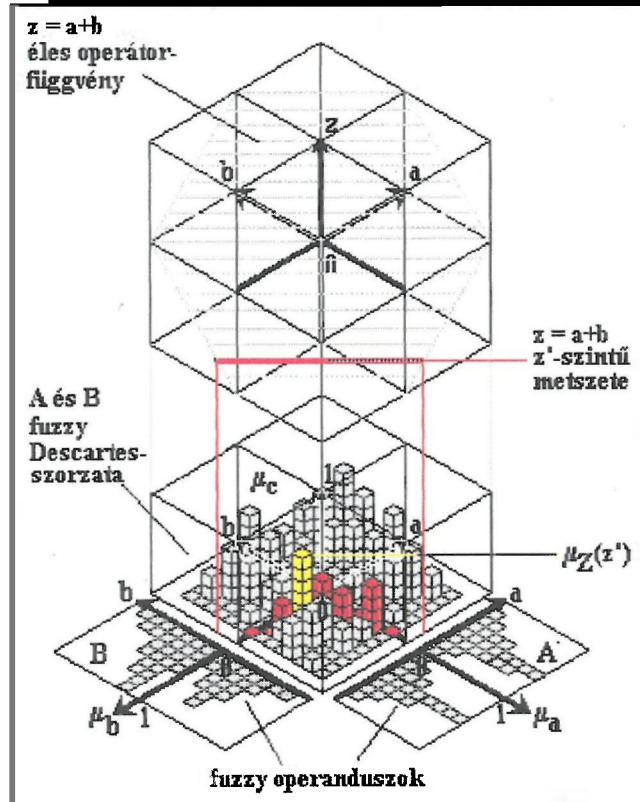
$$\mu_Z(z_k) = \begin{cases} \max_{a_i, b_j \mid z_k = f(a_i, b_j)} \min(\mu_A(a_i), \mu_B(b_j)) & \text{ha } f^{-1}(z_k) \neq \emptyset \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (5.78)$$

A könnyebb érthetőség kedvéért, lássunk egy grafikus példát két operandusz összeadására (lásd 5.18. ábra):

**Az a kérdés, hogy hogyan határozzuk meg az eredmény fuzzy halmaz alaphalmazának egy egyedi  $z'$  értékéhez rendelt tagságfüggvény értéket. Kiinduláskor az éles operátort jelentő függvényt ( $z=a+b$ ), valamint **A** és **B** halmazok fuzzy Descartes-szorzatát ismerjük. A következő lépésben meghatározzuk az éles függvény  $z'$ -szintű metszetét (olyan  $(a, b)$  párokat keresünk, ahol  $a+b = z'$ ). A Descartes szorzatban is megkeressük ezeket a párokat (lásd a vörös oszlopokat a fuzzy Descartes-szorzat oszlopdiagrammájában). Harmadik lépésben az elhatárolt elemek tagságfüggvény értékeinek a maximumát vesszük, ez lesz  $z'$  tagságfüggvény értéke az eredmény fuzzy halmazban. Ezt a három lépést minden  $z$  értékre meg kell ismételni.**

A kiterjesztési elv legnagyobb problémája, hogy nem alkalmazható közvetlenül a gyakorlatban, mert nagyon sok gépidőt fogyasztó probléma az éles függvény  $z'$  szintű metszetét meghatározni ha sok operandusz van, folytonos közelítés szükséges és az operátorfüggvény bonyolult. Ezért különböző szerzők (Jain, 1976), (Mizumoto, Tanaka, 1976), (Baas, Kwakernak 1977), (Dubois, Prade, 1980) egyszerűsített módszereket vezettek be, amelyek mind a kiterjesztési elven alapulnak.

5.18. ábra Grafikus példa fuzzy összeadásra



### 5.4.2. A jelenleg alkalmazott fuzzy aritmetikai módszerek

A módszereket a fuzzy operandusok diszkrét vagy folytonos jellege alapján két nagy csoportra oszthatjuk. A folytonos fuzzy számokat kezelő módszer az  $\alpha$ -szinthalmazokon alapul. Egy fuzzy halmaz  $\alpha$ -szinthalmaza:

$$M_\alpha = \{ [m, \mu_M(m)] \mid m \in U_M, \mu_M(m) \geq \alpha \} \quad (5.79)$$

Egyszerűsítésként, csak két operandusz esetével foglalkozunk. Folytonos esetben az operandusok legyenek  $M = \{ [m, \mu_M(m)] \mid m \in U_M \}$  és  $N = \{ [n, \mu_N(n)] \mid n \in U_N \}$ , ahol  $M_\alpha = [m_1, m_2]$  és  $N_\alpha = [n_1, n_2]$   $\alpha$ -szinthalmazai  $M$ -nek és  $N$ -nek. A diszkrét fuzzy számokat a maxmin konvolúciós módszer kezeli. Diszkrét operandusokként az előző részben leírt  $A$  és  $B$  fuzzy számokat használjuk.

#### Összeadás

Folytonos eset:

$$M_\alpha (+) N_\alpha = [m_1 + n_1, m_2 + n_2] \quad \forall \alpha \in [0, 1] \quad (5.80)$$

Diszkrét eset:

$$\mu_{A(+ )B}(z) = \max_{z=a_i+b_j} [ \mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j) ] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.81)$$

ahol:

$\cap$  - minimum operátor

**Az összeadás tulajdonságai:**

- Kommutatív
- Asszociatív
- A neutrális érték 0

### Kivonás

**Folytonos eset:**

$$M_{\alpha}(-)N_{\alpha} = [m_1 - n_2, m_2 - n_1] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.82)$$

**Diszkrét eset:**

$$\mu_{A(-)B}(z) = \max_{z=a_i-b_j} [\mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j)] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.83)$$

### Szorzás

**Folytonos eset:**

$$M_{\alpha}(\times)N_{\alpha} = [m_1 \times n_1, m_2 \times n_2] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.84)$$

**Diszkrét eset:**

ha az eredmény fuzzy halmaz 'jobb lábánál' tartunk, vagyis  $z > z' \mid \mu_{A(x)B}(z') = 1$ , akkor

$$\mu_{A(\times)B}(z) = \max_{z \leq a_i \times b_j} [\mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j)] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.85)$$

na az eredmény fuzzy halmaz 'bal lábánál' tartunk, vagyis  $z < z' \mid \mu_{A(x)B}(z') = 1$ , akkor

$$\mu_{A(\times)B}(z) = \max_{z \geq a_i \times b_j} [\mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j)] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.86)$$

**A szorzás jellemzői:**

- Kommutatív
- Asszociatív
- A neutrális érték 1
- Disztributív az összeadással és a kivonással

### Osztás

**Folytonos eset:**

$$M_{\alpha}(/)N_{\alpha} = [m_1 / n_2, m_2 / n_1] \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (5.87)$$

**Diszkrét eset:**

ha az eredmény fuzzy halmaz 'jobb lábánál' tartunk, vagyis  $z > z' \mid \mu_{A(/)B}(z') = 1$ , akkor

$$\mu_{A(/)B}(z) = \max_{z \leq a_i / b_j} [\mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j)] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.88)$$

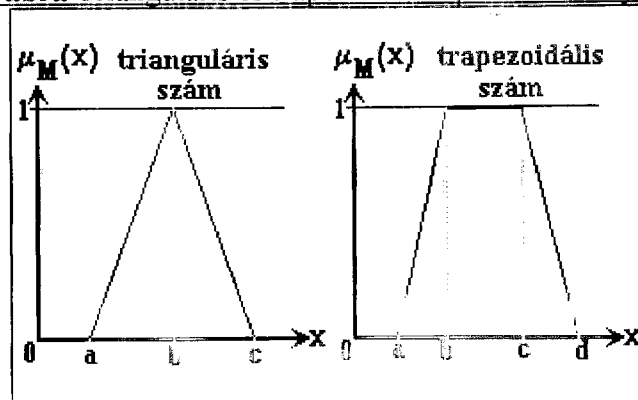
ha az eredmény fuzzy halmaz 'bal lábánál' tartunk, vagyis  $z < z' \mid \mu_{A(/)B}(z') = 1$ , akkor

$$\mu_{A(/)B}(z) = \max_{z \geq a_i / b_j} [\mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j)] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.89)$$

### Speciális fuzzy számok aritmetikája

Néhány szerző (Kaufmann, Gupta, 1985), (Laarhoven, Pedrycz 1983) külön aritmetikai módszereket definiált trianguláris és trapezoidális fuzzy számokhoz (lásd 5.19. ábra), hogy jelentős mértékben leegyszerűsítse és felgyorsítsa a fuzzy aritmetikai műveleteket.

**5.19. ábra** Trianguláris és trapezoidális operandusok jelölései



Itt csak a trapezoidális fuzzy számok aritmetikáját részletezzük. Az érdeklődők könnyen visszavezethetik ezt trianguláris fuzzy számok esetére. A trapezoidális operandusok legyenek  $M = (a_1, b_1, c_1, d_1)$  és  $N = (a_2, b_2, c_2, d_2)$

- Összeadás:

$$M(+ )N = ( a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2 ) \quad (5.90)$$

- Kivonás:

$$M(-)N = ( a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2 ) \quad (5.91)$$

- Szorzás:

$$\text{ha } M>0 \text{ és } N>0 \text{ akkor } M(x)N = ( a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2, d_1 \times d_2 ) \quad (5.92)$$

$$\text{ha } M>0 \text{ és } N<0 \text{ akkor } M(x)N = ( a_1 \times d_2, b_1 \times c_2, c_1 \times b_2, d_1 \times a_2 ) \quad (5.93)$$

$$\text{ha } M<0 \text{ és } N<0 \text{ akkor } M(x)N = ( d_1 \times d_2, c_1 \times c_2, b_1 \times b_2, a_1 \times a_2 ) \quad (5.94)$$

- Osztás:

$$\text{ha } M>0 \text{ és } N>0 \text{ akkor } M(/)N = ( a_1 / d_2, b_1 / c_2, c_1 / b_2, d_1 / a_2 ) \quad (5.95)$$

$$\text{ha } M<0 \text{ és } N>0 \text{ akkor } M(/)N = ( d_1 / d_2, c_1 / c_2, b_1 / b_2, a_1 / a_2 ) \quad (5.96)$$

$$\text{ha } M<0 \text{ és } N<0 \text{ akkor } M(/)N = ( d_1 / a_2, c_1 / b_2, b_1 / c_2, a_1 / d_2 ) \quad (5.97)$$

### 5.4.3. Az eddigi fuzzy aritmetikai módszerek értékelése

A fuzzy aritmetikának trianguláris és trapezoidális fuzzy számok használata esetén van a legkisebb számítási igénye. Azonban, még viszonylag egyszerű fuzzy rendszerek esetén is előfordulhat, hogy az eredmény fuzzy halmaz tagságfüggvénye igen összetett formájú, ami ezekkel az egyszerűsített aritmetikai módszerekkel nem dolgozható fel tovább.

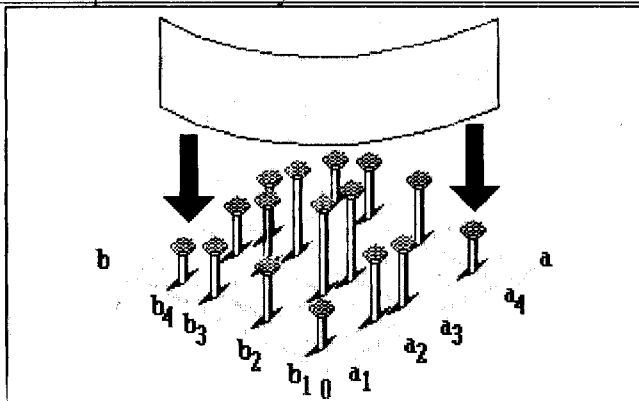
A folytonos,  $\alpha$ -szinthalmazokhoz kapcsolódó módszer a tagságfüggvény jóval finomabb felbontását teszi lehetővé, de feltételezi, hogy mind az operandusok, mind az eredmény fuzzy halmaz egy csúcsú tagságfüggvénnyel rendelkezik: a 'bal láb' nem szigorúan monoton nő, a 'jobb láb' nem szigorúan monoton csökken. Így komplex fuzzy rendszerek (pl. Heurisztikus MAUF) (Esthathiou, Rajkovic 1979) eredményei szintén nem dolgozhatók fel tovább velük. Bármilyen törekvés viszont, amely az eredmény fuzzy halmaz csúcsszámának csökkentését célozza (pl. minimum-összeg kompozíció alkalmazása) igen kemény információvesztéssel jár.

A diszkrét fuzzy számokat kezelő maxmin konvolúció alkalmazásának hátrányait egy 'csináld-magad' példával szemléltethetjük. Próbáljunk meg összeszorozni két diszkrét alaphalmazú fuzzy számot a kiterjesztési elv közvetlen alkalmazásával:

$$\mu_{A(x)B(z)} = \max_{z=a_i} b_j [ \mu_A(a_i) \cap \mu_B(b_j) ] \quad i=1..n, j=1..m \quad (5.98)$$

A helyzet úgy modellezhető a legjobban, ha különböző hosszúságú szögeket verünk egy asztal lapjába, amelyek **A** és **B** diszkrét alaphalmazú fuzzy számok fuzzy Descartes-szorzatát szimbolizálják (lásd 5.20. ábra). Ezután megpróbálunk a szögek közé csúsztatni egy hiperbolikusan meghajlított lemezt, amely az  $\epsilon$ -es szorzat operátor  $z'$ -szintű metszetét jelképezi.

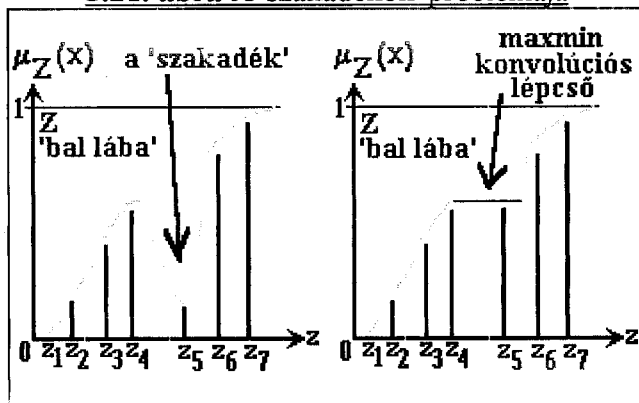
**5.20. ábra** Példa diszkrét alaphalmazú fuzzy számok összeszorzására a kiterjesztési elv alapján



Lehetséges, hogy a lemez alsó éle egy hosszú szög tetején landol. De előfordulhat olyan szerencsétlen eset is, hogy a lemez lecsúszik az asztalig, vagy egy rövid szögön landol, holott több hosszú szög van a lemez közvetlen közelében.

Ez az oka, hogy 'szakadékok' (lásd 5.21. ábra), vagyis váratlanul alacsony tagságfüggvény értékek jelennek meg az eredmény fuzzy halmazban. Ha a  $z$ -szintű metszet csak kevés 'keresztződést' érint a Descartes szorzatban, a tagságfüggvény érték torzulhat. Ha az operanduszok alaphalmazai csak kevés diszkrét elemet tartalmaznak, és ezek egymástól mért távolsága nem konstans, sok 'szakadék' keletkezik. A jelenség végső soron a diszkrét alaphalmazok és a folytonos éles operátor közti konfliktusra vezethető vissza.

**5.21. ábra** A 'szakadékok' problémája



A maxmin konvolúciós módszer meglehetősen primitív módon oldja meg a 'szakadékok' problémáját. Feltételezi, hogy csak egy csúcsú tagságfüggvények vannak, ahol a 'bal láb' nem szigorúan monoton nő, a 'jobb láb' nem szigorúan monoton csökken. Ezen a módon a szakadékok betömhetők (lásd 5.21. ábra) és furcsa 'lépcsők' keletkeznek az eredmény fuzzy halmaz tagságfüggvényében. Így a maxmin konvolúció a diszkrét fuzzy számok kezelésének egy igen durva megközelítése, ráadásul csak egy csúcsú fuzzy halmazok kezelésére alkalmas. A következő részben egy új megközelítést vezetünk be, ami más módszerrel oldja meg a 'szakadékok' problémáját.

### 5.4.4. Szakaszonként lineáris, több csúcsú tagságfüggvénnyel rendelkező fuzzy számok aritmetikája

Ha bonyolult fuzzy rendszerek output fuzzy számaival szeretnénk műveleteket végezni, akkor lehetővé kell tenni olyan több csúcsú tagságfüggvények használatát, ahol az egyes csúcsok tagsági értéke egynél kisebb is lehet. Alapvető feltételezésünk, hogy szakaszonként lineáris tagságfüggvények segítségével bármilyen profil elfogadható pontossággal leírható.

#### Fuzzy szám koncepció

Legyen **A** egy speciális fuzzy szám, amelynek tagságfüggvénye tetszőleges számú töréspontból (alaphalmaz-érték, tagságfüggvény párok) és a szomszédos töréspontokat összekötő lineáris szakaszokból áll (lásd 5.22. ábra):

$$A = \{ \{ a_i, \mu_A(a_i) \} \mid i=1..n, a_i \in U_A \} \cup \{ (a, \mu) \mid \mu = \beta \mu_A(a_i) + (1-\beta) \mu_A(a_{i+1}), a = \beta a_i + (1-\beta) a_{i+1}, \beta, \mu \in [0,1], a \in R, a_i \in U_A, i=1..n-1 \}$$

(5.99)

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$$

(5.100)

$$a_{i+1} - a_i \text{ nem konstans } \forall i = 1..n-1 \text{ esetén}$$

(5.101)

ahol:

$U_A$  - az alaphalmaz univerzuma

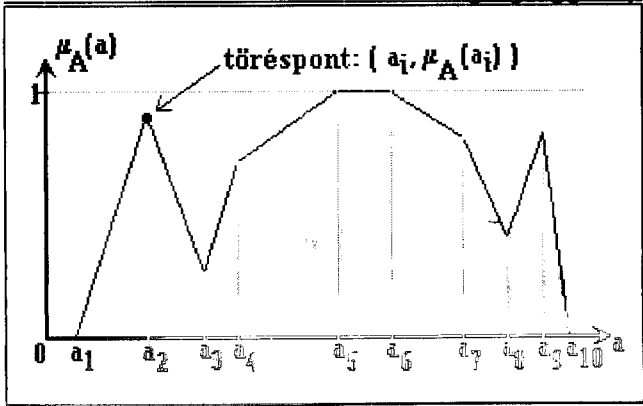
$a_i$  - az  $i$ -edik töréspont alaphalmaz értéke

$\mu_A(a_i)$  - az  $i$ -edik töréspont tagságfüggvény értéke

$n$  - a töréspontok száma

A töréspontok alaphalmaz értékei szigorúan növekvő sorrendben helyezkednek el. A szomszédos töréspontok közt eltérő távolság lehet. Így a tagságfüggvény szakaszonként differenciálható (nem tartalmazhat függőleges szakaszokat). A szakaszonként lineáris tagságfüggvény alkalmazása lehetővé teszi a diszkrét és a folytonos megközelítés kombinálását. Lássuk, hogyan végezhetünk aritmetikai műveleteket ilyen fuzzy számokon.

5.22. ábra Szakaszonként lineáris tagságfüggvény



#### A 'maxmin szkeneelés' fuzzy aritmetikai módszere

A szakaszonként lineáris tagságfüggvénnyel rendelkező fuzzy számok kezelése céljából bevezetjük a 'maxmin szkeneelés' fuzzy aritmetikai módszerét (Paujer, 1997). A módszert itt csak két operandusz esetén mutatjuk be. Több operandusz használatával a következő részben foglalkozunk majd. Elsőként, tegyük fel, hogy **A** (lásd (5.99)) és **B** operanduszok szakaszonként lineáris tagságfüggvénnyel rendelkeznek:



$$B = \{ [b_j, \mu_B(b_j)] \mid j=1..m, b_j \in U_B \} \cup \\ \cup \{ (b, \mu) \mid \mu = \beta \mu_B(b_j) + (1-\beta) \mu_B(b_{j+1}), b = \beta b_j + (1-\beta) b_{j+1}, \beta, \mu \in [0,1], b \in R, b_j \in U_B, j=1..m-1 \} \quad (5.102)$$

Az éles operátor legyen:

$$z = f(a, b) \quad (5.103)$$

A célunk az, hogy meghatározzuk az eredmény fuzzy szám szakaszonként lineáris tagságfüggvényét.

$$Z = \{ [z, \mu_Z(z)] \mid z \in [z_1, z_r], z_1, z_r \in U_Z \} \quad (5.104)$$

Az operanduszok fuzzy Descartes-szorzata:

$$C = \{ [(a,b), \mu_C(a,b)] \mid a \in [a_1, a_n], b \in [b_1, b_m], \mu_C(a,b) = \min[\mu_A(a), \mu_B(b)] \} \quad (5.105)$$

Második lépésben, szakaszonként lineáris profilokat vágunk ki A és B fuzzy Descartes-szorzatából (lásd 5.23. ábra). A szkennelt P profilokat 4 lehetséges irányban definiáljuk:

1. b tengellyel párhuzamosan:

$$P_k = \{ [(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid i=k, j=1..m \} \cup \\ \cup \{ [(a,b), \mu] \mid \mu = \beta \mu_C(a_i, b_j) + (1-\beta) \mu_C(a_i, b_{j+1}), a = \beta a_i + (1-\beta) a_i, b = \beta b_j + (1-\beta) b_{j+1}, \beta, \mu \in [0,1], i=k, j=1..m-1 \} \quad k=1..n \quad (5.106)$$

2. a tengellyel párhuzamosan:

$$P_k = \{ [(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid i=1..n, j=k \} \cup \\ \cup \{ [(a,b), \mu] \mid \mu = \beta \mu_C(a_i, b_j) + (1-\beta) \mu_C(a_{i+1}, b_j), a = \beta a_i + (1-\beta) a_{i+1}, b = \beta b_j + (1-\beta) b_j, \beta, \mu \in [0,1], i=1..n-1, j=k \} \quad k=1..m \quad (5.107)$$

3. Diagonális 1:

$$P_k = \{ [(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid i+j=k, i=1..n, j=1..m \} \cup \\ \cup \{ [(a,b), \mu] \mid \mu = \beta \mu_C(a_i, b_j) + (1-\beta) \mu_C(a_{i+1}, b_{j-1}), a = \beta a_i + (1-\beta) a_{i+1}, b = \beta b_j + (1-\beta) b_{j-1}, \beta, \mu \in [0,1], i+j=k, i=1..n-1, j=2..m \} \quad k=1..n+m \quad (5.108)$$

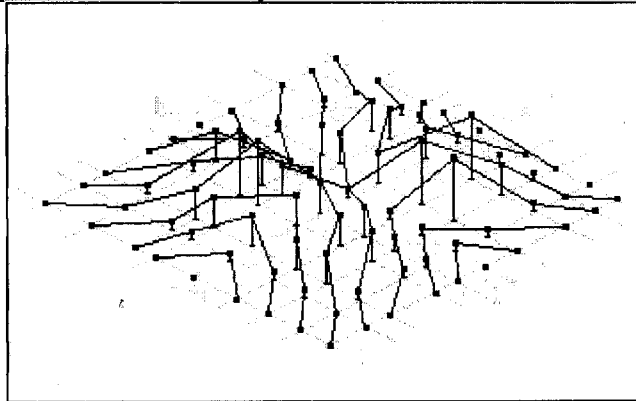
4. Diagonális 2:

$$P_k = \{ [(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid k=j-i, i=1..n, j=1..m \} \cup \\ \cup \{ [(a,b), \mu] \mid \mu = \beta \mu_C(a_i, b_j) + (1-\beta) \mu_C(a_{i+1}, b_{j+1}), a = \beta a_i + (1-\beta) a_{i+1}, b = \beta b_j + (1-\beta) b_{j+1}, \beta, \mu \in [0,1], k=j-i, i=1..n-1, j=1..m-1 \} \quad k=-n..m \quad (5.109)$$

Egy szkennelt profil a Descartes szorzat szomszédos 'oszlopait' (az operanduszok törésponti alaphalmaz értékeinek párosításai fölötti tagságfüggvény értékek) tartalmazza töréspontokként, valamint a szomszédos töréspontokat összekötő lineáris szakaszokat. (Az 5.23. ábrán diagonális 1 típusú szkennelést láthatunk a  $a < 0, b > 0$  és  $b < 0, a > 0$  szektorokban, valamint diagonális 2 típusú szkennelést a  $a > 0, b > 0$  és  $a < 0, b < 0$  szektorokban.)

A szkennelési irány kiválasztása alapvető fontosságú a módszer pontossága szempontjából. Elméletileg a szkennelés ideális iránya bármely  $(a_i, b_j)$  pont esetén az éles operátorfüggvény adott pontbeli gradiensvektora. Így a szkennelés mindig a függvény z-szintvonalaira merőlegesen futhat. A későbbiekben azonban szó lesz róla, hogy a szkennelésnek ajánlatos a Descartes szorzat tengelyirányban vagy átlósan közvetlenül szomszédos oszlopai mentén haladnia, mert távolabb eső oszlopok összekötése jelentős torzítást okozhat. Az egyszerű operátorfüggvények (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) szkennelésére a fentebb definiált négy irány megfelelő pontosságú közelítést ad (az 5.23. ábra szkennelési irányai összevethetők a szorzat függvény sajátosságával).

### 5.23. ábra Szkenelt profilok A és B fuzzy Descartes-szorzatában $z=a \times b$ éles operátor esetén



A harmadik lépésben minden  $P_k$  szkenelt profilt leképezünk  $Z$  eredmény fuzzy halmaz  $(z, \mu_Z(z))$  terébe. A leképezett profilokat  $P'_k$ -val jelöljük. A szkenelt profilok törési pontjai könnyen leképezhetők  $z=f(a,b)$  éles operátorfüggvény segítségével:

$$P_k^{\text{discr.}} = \{[(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid a \in [a_1, a_n], b \in [b_1, b_m]\} \Leftrightarrow P'_k^{\text{discr.}} = \{f(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)\} \quad (5.110)$$

A probléma a szkenelt profilok lineáris szakaszainak leképezésével van. Nemlineáris operátorfüggvény esetén a leképezett szakaszok elvesztik linearitásukat. Ezt figyelmen kívül hagyva, a leképezett profil töréspontjai közt is lineáris szakaszokat definiálunk. A leképezett profilok a következőképpen definiálhatók (diagonális 2 típusú szkenelés esetén):

$$\begin{aligned} P'_k = \{ [f(a_i, b_j), \mu_C(a_i, b_j)] \mid k=j-i, i=1..n, j=1..m \} \cup \\ \cup \{ (z, \mu) \mid \mu = \beta \mu_C(a_i, b_j) + (1-\beta) \mu_C(a_{i+1}, b_{j+1}), z = \beta f(a_i, b_j) + (1-\beta) f(a_{i+1}, b_{j+1}), \beta, \mu \in [0, 1], \\ k=j-i, i=1..n-1, j=1..m-1, z \in \mathbb{R} \} \end{aligned} \quad (5.111)$$

Analitikus értelemben, a fenti lépés helytelen. De vegyük tekintetbe, hogy a töréspontok számának növekedésével a hiba egyre kisebb lesz. Később látni fogjuk, hogy a töréspontok száma több fuzzy aritmetikai művelet elvégzése folyamán növekvő tendenciát mutat. A hiba csökkentése végett csak szomszédos Descartes szorzat oszlopok közt haladó szkenelést engedtünk meg.

A negyedik lépésben, meghatározzuk  $Z$  eredmény fuzzy szám tagságfüggvényét, mint a leképezett profilok unióját:

$$Z = \{ [z, \mu_Z(z)] \mid \mu_Z(z) = \cup_k (P'_k), z \in \mathbb{R} \} \quad (5.112)$$

A gyakorlatban célszerűbb mindig az utoljára leképezett profil unióját venni az összes eddigi leképezett profil uniójával. Így két, szakaszonként lineáris profil uniójának meghatározására vezethetjük vissza a problémát. Egy alkalmas algoritmussal páronként összehasonlíthatjuk a két profil lineáris szakaszait, megkeresve azokat a lokális maximumokat és metszéspontokat, amelyek az unió fuzzy halmaz profilját alkotják. A szakaszmetszéspontok új töréspontokként jelennek meg az eredményben. Hogy van-e két lineáris szakasznak metszéspontja, azt a következőképpen állapíthatjuk meg:

- Legyenek  $(z_{11}, \mu_Z(z_{11}))$  és  $(z_{12}, \mu_Z(z_{12}))$  az egyik szakasz végpontjai.

- Legyenek  $(z_{21}, \mu_Z(z_{21}))$  és  $(z_{22}, \mu_Z(z_{22}))$  a másik szakasz végpontjai.

$$\gamma = \frac{[z_{21} - z_{22}] \times [\mu_Z(z_{12}) - \mu_Z(z_{22})] + [z_{22} - z_{12}] \times [\mu_Z(z_{21}) - \mu_Z(z_{22})]}{[\mu_Z(z_{21}) - \mu_Z(z_{22})] \times [z_{11} - z_{12}] - [z_{21} - z_{22}] \times [\mu_Z(z_{11}) - \mu_Z(z_{12})]} \quad (5.113)$$

$$\delta = \frac{[z_{11} - z_{12}] \times [\mu_Z(z_{22}) - \mu_Z(z_{12})] + [z_{12} - z_{22}] \times [\mu_Z(z_{11}) - \mu_Z(z_{12})]}{[\mu_Z(z_{11}) - \mu_Z(z_{12})] \times [z_{21} - z_{22}] - [z_{11} - z_{12}] \times [\mu_Z(z_{21}) - \mu_Z(z_{22})]} \quad (5.114)$$

Ha  $[\mu_Z(z_{21}) - \mu_Z(z_{22})] \times [z_{11} - z_{12}] - [z_{21} - z_{22}] \times [\mu_Z(z_{11}) - \mu_Z(z_{12})] \neq 0$  és  $\gamma, \delta \in [0, 1]$  a metszéspont létezik, a következő koordinátákkal:

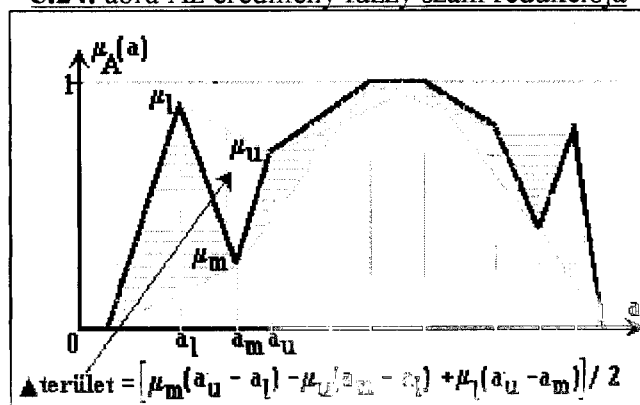
$$[\gamma z_{11} + (1-\gamma) z_{12}], [\gamma \mu_Z(z_{11}) + (1-\gamma) \mu_Z(z_{12})] \quad (5.115)$$

### 5.4.5. A maxmin szkelenés módszerének értékelése

A maxmin szkelenés fuzzy aritmetikai módszer legnagyobb előnye, hogy jobb közelítést adja a kiterjesztési elv szerinti elméleti eredménynek, mint a maxmin konvolúció, mert itt nincsenek konvolúciós 'lépcsők' (lásd a szám példát alább). Ezenkívül lehetőség nyílik összetett formájú, több csúcsú tagságfüggvények kezelésére, míg a maxmin konvolúció egy csúcsú tagságfüggvényeket feltételez. A szakaszonként lineáris tagságfüggvény használata megengedi a diszkrét és a folytonos megközelítés kombinálását (a töréspontokat diszkrét elemekként is értelmezhetjük), míg a maxmin konvolúció kizárólag diszkrét módszer.

A legnagyobb hátrány, hogy nemlineáris operátorfüggvény esetén az eredmény fuzzy halmaz nem pontos, csak közelítése az elméleti eredménynek. Ráadásul, a maxmin szkelenés több operátoros kiterjesztése igen kevésbé hatékony.  $k$  darab operanduszt feltételezve, a fuzzy Descartes szorzat  $R^{k+1}$  tér, így a szkelenendő profilok száma rendkívül gyors ütemben nő az operanduszkok számának növekedtével. Így célszerűbb az operanduszkokon páronként műveleteket végezni. A maxmin szkelenésnek jóval magasabb a számítási igénye, mint a maxmin konvolúciónak (bár ez utóbbi csak diszkrét esetek kezelésére alkalmas). Ezért nem ajánljuk használatát olyan területeken, ahol fuzzy számok trianguláris vagy trapezoidális tagságfüggvények alkalmazásával is jól kezelhetők. Ennél bonyolultabb esetben lehetőség van a trianguláris-trapezoidális és a szakaszonként lineáris tagságfüggvények kombinált használatára. Trapezoidális és trianguláris modulok bármiféle metszetét és unióját könnyedén átkonvertálhatjuk szakaszonként lineáris tagságfüggvényé. Ellenvetésként felhozható, hogy a konverzió fordított irányban nem működik, ha olyan fuzzy halmazok is vannak, ahol egyes csúcsok tagságfüggvény értéke nem éri el az egyet. A maxmin szkelenés eredményei azonban már néhány művelet elvégzése után is erősen a trapezoidális forma felé tendálnak, még akkor is, ha az operanduszkok több csúcsúak voltak. A jelenség úgy érthető meg a legjobban, ha a Descartes szorzatot egy "hegyvidéknek" tekintjük, amit különböző irányokból megszemlélünk. A megfigyelési pozíció változtatásával a völgyek könnyen eltűnhetnek a csúcsok között. További érdekes problémát jelent, hogy néhány művelet elvégzése után az eredmény fuzzy halmaz töréspontjainak száma gyors növekedésnek indul. Egy műveletben a Descartes szorzatból maximálisan  $n \times m$  darab töréspont jöhet létre, ehhez járulnak hozzá a leképezett profilok uniója során szakaszmetszéspontként jelentkező töréspontok.

5.24. ábra Az eredmény fuzzy szám redukciója



Egyrészt, ez a jelenség természetes, hiszen az eredménynek tartalmaznia kell majdnem minden információt, amit az operanduszkok tartalmaztak. Másrészt, a jelenség káros, mert feltornássza a műveletek számítási igényét. Így valamilyen módon redukálnunk kell az eredmény fuzzy szám töréspontjainak számát. A redukció alapelve, hogy minimalizáljuk a tagságfüggvény integráljában bekövetkező változást, amit egyes törési pontok eltüntetése jelent (lásd 5.24.

ábra). Először azt a törési pontot tűntetjük el, amely a legkisebb területű háromszöget alkotja jobb- és baloldali szomszédjával. Mindaddig folytatjuk a töréspontok eltüntetését, amíg a kumulált területi változás meg nem haladja az eredeti integrál egy bizonyos százalékát. Azonos területű háromszögek esetén először a 'völgy' háromszöghöz tartozó töréspontot tűntetjük el, mert a maxmin szkennelés eredménye általában alulról közelíti a kiterjesztési alapelv szerinti elméleti eredményt.

### 5.5. PÉLDA A maxmin konvolúció és a maxmin szkennelés összehasonlítása.

Tételezzük fel, hogy két, szakaszonként lineáris tagságfüggvénnyel rendelkező fuzzy számot akarunk összeszorozni (csak a töréspontokat soroltuk fel):

$$A = \{ (0, 0), (1, 0.5), (2, 1), (3, 0.75), (4, 0.5), (5, 0.25), (6, 0) \}$$

$$B = \{ (0, 0), (1, 0.25), (2, 0.5), (3, 0.75), (4, 1), (5, 0.5), (6, 0) \}$$

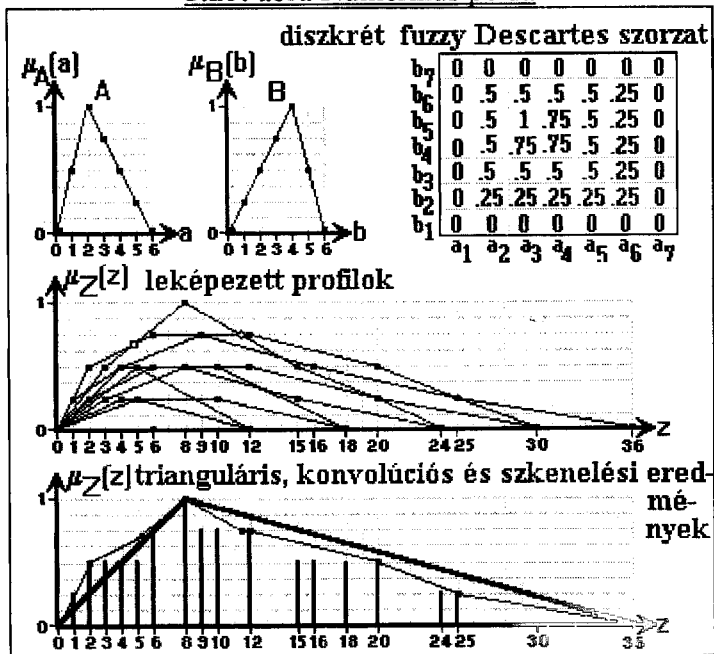
$$a_1=0, a_2=1, a_3=2, a_4=3, a_5=4, a_6=5, a_7=6, b_1=0, b_2=1, b_3=2, b_4=3, b_5=4, b_6=5, b_7=6$$

Mindkét operandusz tagságfüggvényének burkológörbéje trianguláris (lásd 5.19. ábra) Így a trianguláris aritmetika (lásd (5.92)) eredményével történő összehasonlítás révén ellenőrizhetjük az eredményeket. Mivel  $z = a \times b$  függvény mindkét elsőrendű parciális deriváltja nem negatív bármely  $(a_i, b_j)$  elem felett az  $a > 0, b > 0$  szektorban, így **diagonális 2** irányú szkennelést választunk. A szkennelt profilok a következők (csak a töréspontokat soroltuk fel):

- $\{ [(a_7, b_1), 0] \}$
- $\{ [(a_6, b_1), 0], [(a_7, b_2), 0] \}$
- $\{ [(a_5, b_1), 0], [(a_6, b_2), 0.25], [(a_7, b_3), 0] \}$
- stb.

A következő lépésben minden szkennelt profilt leképezünk a  $(z, \mu_Z(z))$  térbe (lásd 5.25. ábra), és a leképezett profilok unióját vesszük. Az unióból két új törési pont keletkezik (körökkel jelölve pontok helyett az ábrán).

5.25. ábra Numerikus példa



A trianguláris, konvolúciós és szkennelési eredményeket összehasonlítva kitűnik, hogy a maxmin szkennelés eredménye csak egy közelítés a trianguláris eredményhez képest. De sokkal jobb eredményt ad, mint a konvolúció, elkerülve a 'lépcsőket' (lásd sötét oszlopok), amelyek a maxmin konvolúció diszkrét eredményében megjelennek.

## **6. A kereskedelmi banki adósminősítés, mint módszerünk egy lehetséges alkalmazási területe**

A kutatás során szükségét éreztük, hogy az elméleti fejtegetéseken túllépve, a gyakorlatban is kipróbáljuk az általunk kifejlesztett Straitjacket+F-Wing algoritmust. Ehhez egy speciális alkalmazási területet, a magyar kereskedelmi bankok adósminősítési rendszereit választottuk. Megközelítésünk sokkal inkább módszertani, mint pénzügyi jellegű. Így nem foglalkozunk az adósminősítéshez szükséges adatok, a minősítést végző szervezet, a minősítés felhasználásának kérdésköreivel (lásd (Szabó, 1993)), amelyeknek igen kiterjedt irodalma van. A módszertanok alkalmassága viszont ritkábban kerül reflektorfénybe, holott feltételezéseink szerint az adósminősítés és hitelbírálat magyar gyakorlatában tapasztalható nem kívánatos jelenségek részben ilyen okokra vezethetők vissza.

- A fejezetben elsőként arról esik szó, miért éppen az adósminősítésre esett a választásunk, és miért koncentrálunk a magyar vonatkozásokra.
- A második részben kritikai elemzés alá vesszük az adósminősítés jelenlegi módszereit.
- A harmadik részben egy kicsi és három nagy magyar kereskedelmi bank minősítési rendszerét összehasonlító példával illusztráljuk megállapításainkat. Az ismert pénzügyi helyzetű, sorsú **A** vállalkozást minősítjük **C**, **B**, **K** és **O** bankok rendszerével. Ezután Excel 5.0 munkalapok (lásd **B** függelék, lemezmelléklet **MERLEG1.XLS**) segítségével szimuláljuk **A** vállalkozás lehetséges számviteli manipulációit, és megfigyeljük ennek hatását a minősítésekre.
- Mivel kutatásainkat a hazai bankok részéről jelentősen gátolta a banktitok védelmére történő gyakori hivatkozás, a fejezet végén terítékre kerülő Straitjacket+F-Wing tesztjéhez kénytelenek voltunk Milánóból "importálni" egy adósminősítési problémát tartalmazó adatbázist. Az ottani rendkívül fejlett és óriási tradícióval rendelkező banki kultúrában már régóta kialakult a pénzügyintézetek és tudományos kutatóműhelyek közti együttműködés olyan rendszere, amely a banktitok megóvása mellett biztosítja a kutatók gyakorlati adatokkal történő ellátását.

### **6.1. Az adósminősítés, hitelbírálat gazdasági és módszertani jelentősége**

Hogy miért éppen a magyar kereskedelmi banki adósminősítést választottuk "tesztpályának", annak módszertannal kapcsolatos, illetve gazdasági-társadalmi okai vannak:

1. A vállalkozások hitelképessége felőli döntés a pénzügyi területeken előforduló egyik legbonyolultabb döntési probléma. Az adósminősítés, hitelbírálat a bennfentesek szerint sokkal inkább 'művészet' mint tudomány. Egy tapasztalt banki szakember az információknak jóval szélesebb körét használja fel a döntésnél, mint amelyeket a mérlegre és mellékleteire, eredménykimutatásokra és más formális adatokra alapuló elemzés tartalmazhat. A gyakorló banki szakemberek nagy többsége szilárdan meg van győződve róla, hogy az adósminősítés csak 50 százalékban támasztható alá absztrakt elemzési módszerekkel, a fennmaradó rész a hiteltigyszintezők tapasztalatától, intuíciójától, szubjektív megítélésétől függ. Ezt az idők folyamán "axiomává" szilárdult közhitel a döntési probléma számos, gyakorlatban érzékelhető módszertani sajátossága támasztja alá:

- Sok a szubjektív, nehezen számszerűsíthető döntési tényező.
- A döntési változók száma igen magas és sokféle - kardinális, ordinális, nominális - skálán jelennek meg.
- A változók közt messze nem lineáris kapcsolatok, erős interdependenciák állnak fent.
- Az input és output változók közti felosztás esetről-esetre változhat.

- A rendelkezésre álló információforrások (statisztikai minták vagy szubjektív szakértői vélemények) egytől egyig hiányosak és torzak.

- Feltételezhető, hogy az átalakulóban lévő, bizonytalan magyar gazdasági környezet hatásaként a döntési térben elhelyezkedő - számunkra ismeretlen - eloszlás multimodalitása, a klaszterek elnyújtottsága, konkavítása nagyobb, mint a viszonylag stabil nyugati gazdasági rendszerekben megjelenő hasonló döntési problémák esetén. Így nem biztos, hogy az ott jól bevált módszertanok hazai viszonyok közt is képesek kezelni a problémát.

Egyszóval, az adóminősítés "állatorvosi ló" módjára összesűríti azokat a problémákat, amelyek a döntéshozók, döntéstámogatással foglalkozók, statisztikusok, matematikusok életét megkeserítik, ezáltal komoly elméleti, módszertani kihívást jelent.

2. Másrészt, a hitelbírálat minőségének, megalapozottságának gyakorlati szempontból nagyon komoly zsebre menő - sőt, a "közkedvelt" hitelkonszolidációk révén mindannyiunk zsebére menő - vonatkozásai vannak. Természetesen, egy-egy hitelbírálati rendszer beágyazódik nagyobb - mikroszinten kereskedelmi banki, makroszinten nemzetgazdasági - rendszerekbe, ahol sok más nagy hatású folyamattal együtt jelenik meg:

- A politikai és gazdasági struktúraváltás, piacok elvesztése és átrendeződése.

- Új tulajdonformák, vállalati csődhullám, privatizáció, külföldi tulajdonosok megjelenése.

- A bankrendszer vontatott átalakulása a hivatal és állami szerv szerepéből ügyfélorientált pénzügyi szolgáltató vállalatokká.

- A makrogazdasági szabályzók turbulens változása.

- Egyének és csoportok gazdasági-politikai részérdekeinek eltérítő hatása a hosszú távú gazdasági racionalitástól.

Mégis, sok jel arra mutat, hogy a kereskedelmi banki hitelbírálati rendszerek minősége, gyorsasága, rugalmassága sokféle tovaggyűrűző hatás révén katalizátora lehet(ne) a gazdasági növekedés beindításának:

- A megalapozott, eredményes kihelyezési politika mikroszinten megnöveli az adott bank stabilitását, tőkeerejét, piaci részesedését.

- Makroszinten a megtakarítások és befektetések közti intermediér rendszer hatékonysága, a gazdasági szereplők bizalma döntő lehet egy-egy kritikus helyzetben.

- A vállalkozások igényeihez jobban alkalmazkodó hitelezési rendszer hatásaként nőhet a sikeres vállalkozások száma, ami magasabb foglalkoztatási arányt, ami további aggregát keresletet és nemzeti jövedelmet jelent.

Az állam, a bankok és a vállalkozások közt folyó játéknak sokszor inkább a negatív hatásait érzékeljük. Konszolidációk sora jelezte, hogy a rendszer sok vonatkozásban még diszfunkcionális. Az okok keresésekor a kifogások széles skálájával találkozhatunk:

- A kormányzati, politikai szféra különböző képviselői váltakozva vádolják felelőtlen hitelpolitikával valamint túlságosan óvatoskodó, passzív magatartással a bankrendszert.

- A bankok arra hivatkoznak, hogy a rossz hitelek nagy részét örökölték a korábbi struktúrából, és gyakran szembesülnek a politikai szférából származó eltérítő hatásokkal.

- A "tudomány emberei", a hitelezéssel kapcsolatos területeken munkálkodó kutatók gyakran marasztalják el a bankokat, mert vonakodva alkalmazzák a korszerű hitelbírálati módszertanokat és alig hajlandók bármilyen, a témával kapcsolatos alapkutatót finanszírozni, illetve abban részt venni, készen vehető "csodarendszerre" várnak.

- A banki döntéshozók gyakran hivatkoznak arra, hogy a nyugatról importált módszertanok sok esetben használhatatlanok a "speciális magyar viszonyok" közt, ezért védhető az intuíció, a szubjektivitás elsődleges szerepe a hitelbírálatban.

A konfliktusok gyökere véleményünk szerint egy "szubjektivitási spirálnak" nevezhető öngerjesztő folyamat, amely a legélesebben 1991-94 közt jelentkezett:

- A folyamat kiindulópontja az, hogy a kétszintű bankrendszer kialakulásakor a magyar pénzügyi szakemberek igyekeztek átvenni a modern nyugati adóminősítési módszereket. Ez



egy az egyben természetesen nem történhetett meg, ezért kutatások indultak és folynak ma is, melyek során kiegészítő mutatószámokat kerestek a világbanki mutatók mellé, értékhatárokat, súlyokat, pontszámokat tologattak el a magyar viszonyoknak megfelelően. Kevesen tették fel viszont a kérdést, hogy egy adott hitelbírálati rendszer módszertani alapja (diszkriminancia, klaszterezés, stb.) elégséges-e a probléma hazai viszonyok közt történő kezeléséhez. Vajon ezen módszerek alapfeltevései tarthatóak-e a hazai alkalmazásoknál? Mint fentebb már jeleztük, - néhány kutatóval együtt (Virág, Hajdú, 1996) - úgy gondoljuk, hogy ez nem minden esetben igaz. Például, az Altmann-moddellel (lásd 6.2.2. rész) nem azért nem sikerül megismételni magyar adatbázisokon az USA-ban elért 95%-os csőd-előrejelzési arányt, mert még nem találták meg a megfelelő paramétereket, hanem mert a döntési térben megjelenő ismeretlen eloszlás feltehetően igen kevésbé illeszkedik a modell alapfeltevéseihez. Ennek a "módszertani résznek" az eredményeképpen az adósminősítések számszerű elemzési része nem megfelelő hatékonysággal működik, így felértékelődnek a szubjektív tényezők.

- Ezt a kezdeti bizonytalanságot katalizálta, erősítette fel hatalmas mértékben az, hogy a mai magyar bankrendszerben jelentős egzisztenciális és hatalmi érdekek állnak szemben az adósminősítési, hitelbírálati rendszerek hatékonyságának növelésével szemben. E tekintetben - 1993-96 közt különböző banki szakemberekkel készített mélyinterjúk során - sajátos szendvics-szerkezetet figyeltünk meg a banki szervezetekben:

a, Amennyiben a pénzintézet tulajdonosa(i) és felsővezetése különféle okokból hosszú távú orientáció helyett rövid távon elérhető nagy hasznok felé orientálódik, csak annyira érdekelt az adósminősítési rendszer fejlesztésében, ameddig az az image fenntartásához szükséges, vagy törvényileg előírt.

b, A középső réteget a banki központban dolgozó szakmai-funkcionális középvezetők alkotják. Ők a legfogékonyabbak a reformtörekvésekre, mert egyrészt szeretnének hatékony eszközt kapni a fiókokban dolgozó beosztottaik szakmai munkájának értékelésére és ellenőrzésére, másrészt biztosítékot nyerni saját tevékenységük igazolására a felsővezetéssel szemben.

c, A harmadik réteget a fiókokban dolgozók alkotják. Ők erősen ellenérdekeltek, hiszen egy hatékonyabb rendszer számukra jelentene többletmunkát, és tevékenységük jobb ellenőrizhetőségét, számonkérhetőségét tenné lehetővé.

- Az ellenérdekeltség miatt a számszerű adósminősítési rendszer fejlesztése késedelmet szenved, esetleg még a piac változásainak követésére szolgáló minimális aktualizálást sem végzik el időben, így a megbízhatósága tovább romlik, ami újabb teret enged a szubjektív tényezőknek és az ellenérdekeknek, amelyek még inkább háttérbe szorítják a számszerű részt, stb. Ez az út az, amely a múltból örökölt rossz hitelektől függetlenül is hitelkonszolidációhoz vezethet.

Így történhetett meg, hogy 1994 májusában az ÁFB-nek rendeleti úton kellett előírni a bankok számára az adósminősítés, hitelbírálat során betartandó normákat, holott a modern vegyesgazdaságban a megalapozott hitelbírálat a bank tulajdonosának és menedzsmentjének fundamentális érdeke kell hogy legyen.

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy lehetne felszámolni a szubjektivitási spirál módszertani alapját, mennyire alkalmasak erre az egyes módszertanok.

## **6.2. A jelenleg elterjedt adósmínősítési módszertanok**

### **6.2.1. Pénzügyi mutatószámok**

A vállalkozások adósmínősítésével, hitelbírálattal foglalkozó irodalomban ismertetésre került pénzügyi mutatók száma 3-400 körül mozog. Mi most csak a legismertebb, leggyakrabban alkalmazott mutatókat idézzük fel, amelyekre a későbbiekben hivatkozunk. Mivel vizsgálódásunk módszertani és nem pénzügyi jellegű, e helyt nem foglalkozunk azokkal a vitákkal, amelyek az egyes mutatószámok összeállításáról és értelmezéséről, magyar viszonyok közti alkalmazásáról folynak a pénzügyi irodalomban. (Ezekkel kapcsolatban lásd (Friedrich, 1991), (Szabó, 1993), (Bácskai, 1993), (Csongor, 1994), (Béhm, 1995).) A mutatók leírásánál feltüntettük az adott mérlegtételt (M), illetve összköltséges (A) vagy forgalmi költséges (B) eredménykimutatás-tétel számát.

#### Jövedelmezőségi mutatók

$$\text{Vagyonarányos eredmény} = \frac{\text{A.F. Adózott eredmény}}{\text{M.D. Saját tőke}} \quad (6.1)$$

$$\text{Árbevételarányos eredmény} = \frac{\text{A.F. Adózott eredmény}}{\text{A/I. Nettó árbevétel}} \quad (6.2)$$

$$\text{Bruttó fedezet} = \frac{\text{A/IV. Any.jell. ráf.} + \text{A/V. Szem.ráf.} + \text{A/VI. Ért.csökk.}}{\text{A/I. Nettó árbevétel}} \quad (6.3)$$

#### Likviditási mutatók

$$\text{Likviditási ráta} = \frac{\text{M.B. Forgóeszközök}}{\text{M.F/II. Rövidlejáratú kötelezettségek}} \quad (6.4)$$

$$\text{Likviditási gyorsráta} = \frac{\text{M.B. Forgóeszközök} - \text{M.B/I. Készletek}}{\text{M.F/II. Rövidlejáratú kötelezettségek}} \quad (6.5)$$

$$\text{Tőkeellátottság} = \frac{\text{M.D. Saját tőke}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.6)$$

$$\text{Adósságszolgálat} = \frac{\text{A.G. Mérleg szerinti eredmény} + \text{A/VI. Értékcsökk.}}{\text{Hosszú lejáratú kötelezettségek adott évi része}} \quad (6.7)$$

$$\text{Kamatfedezettség} = \frac{\text{A.E. Adó.el eredm.} + \text{A/VI. Ért.csökk.} + \text{A.15. Fiz.kam.}}{\text{A.15. Fízetett kamatok}} \quad (6.8)$$

#### Hatékonysági mutatók

$$\text{Eszközhatékonyság} = \frac{\text{A/I. Nettó árbevétel}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.9)$$

$$\text{Vevők forgási ideje} = \frac{\text{M.28. (ny+z)/2 Átlagos vevőállomány} \times 360}{\text{A/I. Nettó árbevétel}} \quad (6.10)$$

$$\text{Szállítók forgási ideje} = \frac{M.62. (ny+z)/2 \text{ Átlagos szállítóállomány} \times 360}{B/III. \text{ Közvetlen költségek}} \quad (6.11)$$

$$\text{Készletek forgási ideje} = \frac{M.B/I. (ny+z)/2 \text{ Átlagos készletállomány} \times 360}{B/III. \text{ Közvetlen költségek}} \quad (6.12)$$

$$\text{Elfekvő készletek aránya} = \frac{\text{Elfekvő készletek}}{M.B/I. \text{ Készletek}} \quad (6.13)$$

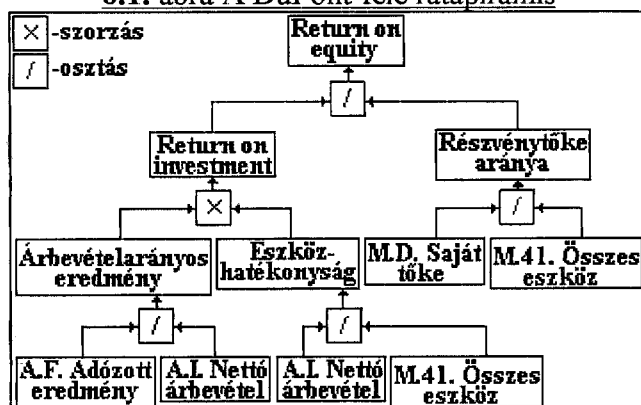
Módszertani szempontból a mutatók közt megkülönböztethetünk:

- Megoszlási mutatókat: egy tételt egy részével vetünk össze.
- Viszonyítási mutatókat: egy tételt egy tőle független tétellel vetünk össze.
- Bázis- és láncviszonyszámokat, dinamikus elemzés esetén.

A mutatószámok előnye, hogy alkalmazásuk rendkívül egyszerű, és az elemzés során függetleníteni tudjuk magunkat az adott vállalkozás méret- vagy volumenjellegű tényezőitől (összes eszköz, nettó árbevétel, költségek, készletek). A mutatószámok hátránya, hogy mindegyik csak parciális közelítést ad a vállalkozás tevékenységének egy-egy jellemzőjéről. Így már igen korán felvetődött, hogyan lehetne a parciális jellemzőket egyetlen komplex minősítéssé aggregálni.

A legkorábbi sokváltozós módszerek a mutatókat rátapiramisokba rendezik, amelyeknek közismert példája a DuPont-modell (Bélyácz, 1991), (Bródy, 1996) (lásd 6.1. ábra).

6.1. ábra A DuPont-féle rátapiramis



A piramis látszólag egy sok tényezőt magában foglaló rendszer, azonban ha a lehetséges egyszerűsítéseket és átrendezéseket elvégezzük, két tényező kivételével minden kiesik, és visszajutunk a vagyonarányos eredményhez (lásd a (6.15) formulát).

Ettől fejlettebb megközelítés, amikor a minősítést a mutatószámokból álló adatbázisok sokváltozós statisztikai módszerek segítségével történő elemzésével kívánják végrehajtani. Ekkor azonban a mutatószámok használatának számos olyan rejtett hátránya bukkan fel, amely önmagában nem okoz problémát, de a klasszikus sokváltozós statisztikai módszerek alkalmazását megnehezíti:

1. Csongor Dénes igen lényegretörő megállapításai (Csongor, 1994) szerint az IMF pénzügyi mutató szabványára épülő minősítési rendszerek - a pénzügyi szempontból vitatott részek mellett - módszertani hátrányokat is hordoznak. Az alkalmazott mutatóknak túl sok a közös eleme, vagy olyan tételeket tartalmaznak amelyek a mérlegösszefüggéseken keresztül

determinisztikus függvényszerű kapcsolatban állnak. Fentebb láthattuk, hogy a DuPont-modell esetében ez meglepő következményekkel járt. Vizsgáljuk meg a (6.14) és (6.15) összefüggéseket:

$$\text{Vagyonar. eredm.} = \text{Árbevételar. eredm.} \times \text{Eszközhatékony.} \times \text{Gearing} \quad (6.14)$$

$$\frac{\text{A.F. Adóz. eredm.}}{\text{M.D. Saját tőke}} = \frac{\text{A.F. Adóz. eredm.}}{\text{A/I. Nettó árbev.}} \times \frac{\text{A/I. Nettó árbev.}}{\text{M.41. Összes eszk.}} \times \frac{\text{M.77. Össz. forr.}}{\text{M.D. Saját tőke}} \quad (6.15)$$

Van olyan gyakorlatban alkalmazott adósminősítés (lásd 6.3. rész) amelyben mind a négy, (6.15)-ben szereplő tört bekapcsolódik egy diszkriminancia-alapú rendszerbe. Mint az a statisztikai irodalomban közismert (Füstös, Meszéna, Simonné, 1986) a diszkriminancia analízis és a klaszter analízis a sokváltozós statisztikai módszerek azon csoportjába tartoznak, amelyek a megfigyelések inhomogenitásának kezelése fejében megkövetelik a változók homogenitását. Nyilvánvaló, hogy a fenti mutatók "független változóként" történő alkalmazása durván megsérti ezeket a feltételeket. Az elemzésbe bevont mutatók átgondolatlan kiválasztása esetén szinte törvényszerűen bekövetkezik valamely mérlegtétel burkolt dominanciája a többszörös determinisztikus függéseken keresztül, amelyek elnyomják az elemzés számára tényleges információt hordozó sztochasztikus kapcsolatokat. (Erre szép példát láthatunk a 6.3. részben O bank rendszerénél.)

2. A mutatószámok használatának másik hátránya, hogy a vállalkozások pénzügyi jellemzői jelentette döntési téren egy nem lineáris transzformációt hajtanak végre, melynek során a méret- és volumen jellegű változók tekintetében "összecsukják" a döntési teret. Meggondolandó, mennyire hasznos ez a lépés, amikor a legtöbb gyakorlatban tevékenykedő bankszakember állandóan a 100Mft éves nettó árbevétel körüli "bűvös határról" beszél, amely alapján két csoportba sorolják az ügyfeleket:

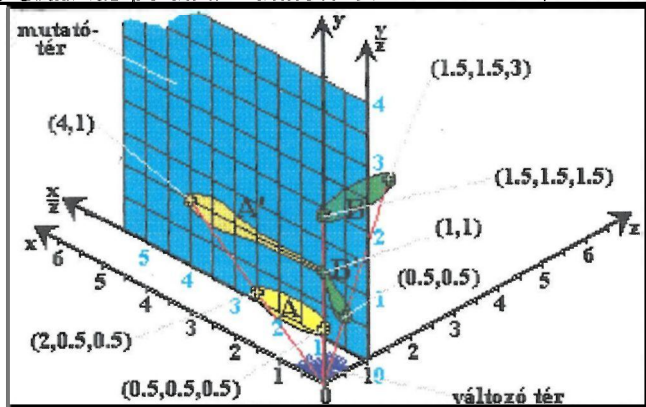
a, A határ alatti, kisméretű vállalkozásokra jellemző, hogy gyakran egyszerűsített éves beszámolóval dolgoznak, amely nem ad elég információt. Ezen kívül erősen jelentkezik a mérleg és mellékleteinek adóelkerülési és egyéb okokból történő eltorzítása (Szepesi, 1994). Ennek következtében, a hitelügyintézőnek a korrekt minősítéshez szinte "újra kell alkotni" a mérleget, eredménykimutatásokat a főkönyvből, ami tetemes többletmunkát jelent. Ügyfélkezelési szempontból is bonyolultabb a munka, mert itt általában nem pénzügyi, közgazdasági felkészültségű emberekkel kell tárgyalni. A csoportra jellemző még a "hullócsillagok" jelenléte. Ezek igen eredményes, növekvő piaccal rendelkező kisvállalkozások, így kitűnő számszerű minősítési eredményeket produkálnak. Mégsem szabad finanszírozni őket, mert rendszerint 2-3 év alatt csődbe jutnak. A tulajdonosok ugyanis semmit nem forgatnak vissza, luxusfogyasztásként felélik a beindult vállalkozást, majd más vállalkozásba mentik át a vagyont. Vagyis, időnként nemcsak a vállalkozók képzettségével van baj, hanem a túlságosan rövid távú szemléletével is... A 100Mft-os határ alatt a maximálisan kiadható hitel összege, illetve az ez után befolyó kamatok nem biztos, hogy fedezik az adósminősítés költségeit. Mindezen okok miatt a nagybankok egy része nem tekinti a csoport tagjait igazából ügyfélnek. Ez persze egy meglehetősen "hivatalos" nagybanki álláspont, arra azonban rámutat, hogy kisvállalkozások finanszírozásánál igen nagy szerepe van a minősítési rendszer magasabb fokú automatizálásának, a manuális szakértői tevékenység csökkentésének.

b, A határ feletti vállalkozások esetén a mérleg és mellékletei jóval megbízhatóbbak és gyakran auditáltak, a tárgyalópartnerek szakmailag képzettek. A csoport mellett szólnak még a hitelbírálat, adósminősítés egységköltségei.

Annak ellenére, hogy a fenti elhatárolás jelentős gyakorlati tapasztalaton alapul, igen keves nyomát láttuk a vizsgálat alá vont számszerű értékelési rendszerekben.

3. A mutatótérbe történő nemlineáris leképezésnek az egyszerű információvesztésen kívül, más, a diszkriminancia analízist és a klaszterezést rendkívül hátrányosan érintő hatásai vannak, amelyeket egy grafikus példán szemléltetünk:

6.2. ábra Grafikus példa a mutatótérbe történő leképezés torzításairól



Tegyük fel, hogy A és B két megegyező elliptikus formájú, jól elszeparált klaszter az  $R^3=\{x \times y \times z\}$  döntési térben, amelyeknek gyűjtőpontjaik:

$a_1 = (2, 0.5, 0.5)$ ,  $a_2 = (0.5, 0.5, 0.5)$  illetve  $b_1 = (1.5, 1.5, 1.5)$ ,  $b_2 = (1.5, 1.5, 3)$

(Lásd a zöld és a sárga ellipsziseket.) Tegyük fel, hogy a klaszterekbe tartozó elemek szórása egyenesen arányos a gyűjtőpontok közti euklideszi távolsággal. Vetítsük le ezeket a klasztereket (lásd a vörös vetítővonalakat) az  $\{(x/z),(y/z)\}$  mutatótérbe (lásd a kék síkot)! A leképezett A' (okkersárga), B' (sötétzöld) klaszterek koordinátái:

$a'1 = (4, 1)$ ,  $a'2 = (1, 1)$ , illetve  $b'1 = (1, 1)$ ,  $b'2 = (0.5, 0.5)$

A példából levonható következtetések:

a, Látható, hogy a transzformáció eltérő mértékben módosítja a döntési tér különböző helyein elhelyezkedő klaszterek szórását. Ez rontja a diszkriminancia analízis külső-belső szórások arányának optimalizálásával működő módszereinek (Wilk's lambda, magyarázatlan variancia) hatékonyságát. A Wilk's lambda-formulára tekintve (Füstös, Meszéna, Simonné, 1986), a hatás eléggé nyilvánvaló:

$$MAX_{\underline{c} \in R^n}(\lambda) \quad \lambda = \frac{\underline{c}^T K \underline{c}}{\underline{c}^T B \underline{c}} \tag{6.16}$$

ahol:

**K** - a csoportközi átlagos eltérések mátrixa

**B** - a csoporton belüli átlagos eltérések mátrixa

b, Az azonos elliptikus formájú klaszterek eltérő formájúvá torzulnak, aszerint, hogy a döntési tér mely részein helyezkednek el. A transzformáció következtében bizonyos klaszterek elnyújtottsága jelentősen megnő, így a diszkriminancia analízis normális csoporteloszlásra vonatkozó feltételezései is súlyosan sérülnek.

c, Az eredetileg elszeparált klaszterek a transzformáció következtében átlapolják egymást. A döntési tér volumen jellegű változók irányában történő "összecsukása" általi információvesztés is érezteti a hatását.

## 6.2.2. Diszkriminancia-alapú modellek

A stepwise-diszkriminancia analízis használata az 1968-as Altmann modell és továbbfejlesztett verziói (Altmann, Haldemann, Narayanan, 1977), (Dombolena, Khoury, 1972), (Deakin, 1972), (Pantelona, Platt, 1987a) révén robbant be az adósminősítésbe. Az eredeti modell a következő változókat és együttthatókat tartalmazta:

$$X1 = \frac{\text{M.B. Forgóeszközök}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.16)$$

$$X2 = \frac{\text{A.G. Mérleg szerinti eredmény}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.17)$$

$$X3 = \frac{\text{B/I.-B.03. EBIT}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.18)$$

$$X4 = \frac{\text{Vállalkozás piaci értéke}}{\text{M.F. Összes kötelezettség}} \quad (6.19)$$

$$X5 = \frac{\text{A/I. Nettó árbevétel}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.20)$$

$$Z = 1,2 \times X1 + 1,4 \times X2 + 3,3 \times X3 + 0,6 \times X4 + X5 \quad (6.21)$$

ahol:

$0 \leq Z < 1.81$  - csődveszély

$1.81 \leq Z < 2.675$  - lehetséges csődveszély

$2.675 \leq Z < 2.99$  - lehetséges túlélés

$2.99 \leq Z$  - túlélés

A modell rendkívüli népszerűsége tett szert az USA szakmai köreibben, mert az ottani mintákon 95%-os biztonsággal jelezte 1 évvel előre a csődöt, míg 2 év esetén 72%, 3 év esetén 48% volt ez az érték. Am szinte törvényszerűen jelentkeztek a mutatótérbe történő leképezésnek az előző fejezetben tárgyalt hátrányai, valamint a változók túlzott összefüggése, különösen X3 és X5 esetén. Így a modell 1977-es kiadásában érdekes módosításokat figyelhetünk meg:

$$X1 = \frac{\text{B/I.-B.03. EBIT}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.22)$$

$$X2 = \sqrt{\frac{\sum_{t=-9}^0 (EBIT_t - \overline{EBIT})^2}{10}} \quad (6.23)$$

$$X3 = \frac{\text{B.I.-B.03. EBIT}}{\text{A.15. Fizetett kamatok}} \quad (6.24)$$

$$X4 = \sum_{t=-9}^0 EBIT_t \quad (6.25)$$



$$X5 = \frac{\text{M.B. Forgóeszközök}}{\text{M.F/II. Rövid lejáratú kötelezettségek}} \quad (6.26)$$

$$X6 = \frac{\text{M.D. Saját tőke}}{\text{M.41. Összes eszköz}} \quad (6.27)$$

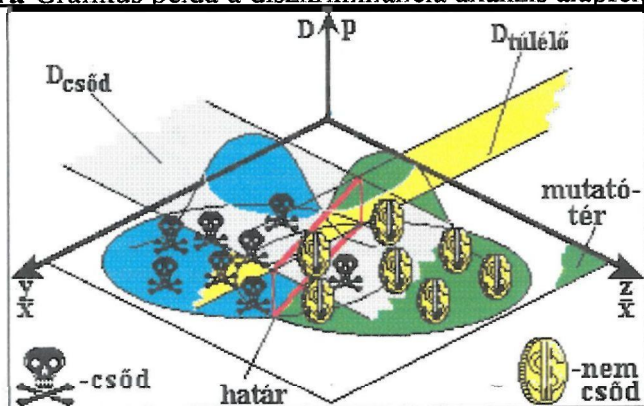
$$X7 = \text{M.41. Összes eszköz} \quad (6.28)$$

Látható, hogy a hét változó közül három (X2, X4, X7) abszolút jellegű, vagy abszolút változó szórása. Különösen sokatmondó X7 elemzésbe történő bevonása.

A mutatószám-alapú diszkriminancia modellek magyar adatbázisokon történő alkalmazásával kapcsolatban Virág Miklós és Hajdú Ottó (Virág, Hajdú, 1996) végzett figyelemreméltó vizsgálatokat. 1990-91 közt gyűjtött, 154 vállalatból álló mintát választottak ki, amelynek 50%-a volt önállóan csődöt jelentett vállalat, a többi a túlélők kontrollcsoportját képezte. A vállalatok mind 300 fő feletti foglalkoztatású üzemek voltak a KSH besorolása szerinti 13-17, 19 ágazatokban. Az adatbázis 15 változót tartalmazott, ebből Wilk's Lambda Stepwise módszerrel vontak be változókat  $F = 2$  belépési érték mellett. Az eredményekre igen jellemző volt a változók rendkívül magas szórása, amit a modell csak 33%-ban tudott magyarázni. A csődfelismerés pontossága a legkülönbözőbb változók bevonására irányuló próbálkozások után is csak 77% körül mozgott, tehát jóval alatta maradt az USA-beli eredményeknek.

A sikertelenség oka véleményünk szerint - a mutatószámok, mint "független" változók alkalmazásának már ismertetett hátrányai mellett - abban áll, hogy a mintában szereplő csoportok valós eloszlása igen eltért a diszkriminancia analízis alapfeltevézéseiben szereplő normális csoporteloszlásoktól (lásd 6.3. ábra).

**6.3. ábra** Grafikus példa a diszkriminancia analízis alapfeltevéseire



Az ábrával azt kívántuk szemléltetni, hogy a diszkriminancia analízis egymást átlapoló, de normális eloszlású csoportok esetén képes optimálisan illeszteni a diszkriminancia függvények hipersíkjait. Amennyiben a csoportok eloszlása multimodális, esetleg elnyújtott, konkáv alakú klaszterekbe tömörülnek, a diszkriminancia csak a töredékét tudja hasznosítani az adatbázis hordozta információknak. Romlik a hipersíkok beállításának optimalitása, sőt az optimum is rendkívül alacsony szintű, ha a csoportok lineárisan kevésbé szeparálhatóak.

- Ez az egyik oka annak, hogy az adóminősítés banki gyakorlatában a diszkriminancia függvények aktuális értékeit rendszerint nem az együtthatókkal történő beszorzás révén állapítják meg, hanem az egyes mutatókat értéktartományok szerint pontozzák, majd a minősítés additív pontozásos rendszer eredményeképpen születik meg (lásd 6.3. rész). Ezzel a

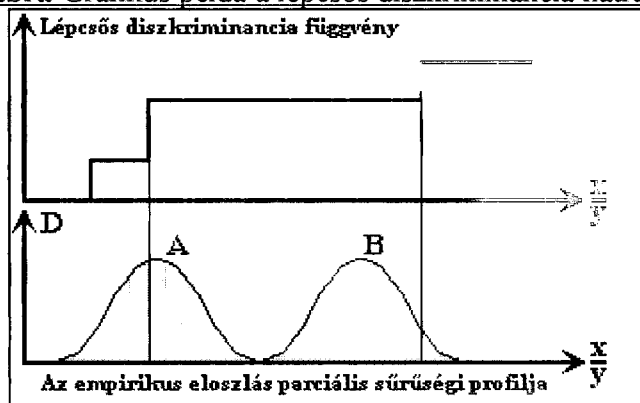
diszkriminancia hipersíkjai helyett egy kisebb-nagyobb lépcsőket tartalmazó, de minden változó szerint nem szigorúan monoton hiperfelületet definiálnak.

- A "lépcsős diszkriminancia" alkalmazásának második oka a könnyű kezelhetőség és az áttekinthetőség. A minősítés kiszámításához szükséges matematikai ismeretek így nem lépik túl az általános iskola színvonalát. Az sem megvetendő, hogy egy 20-26 döntési változót kezelő sokváltozós döntési rendszert le lehet írni két-három sűrű A4-es lapon. Az adatok parciális szempontból is értelmezhetőek, hiszen a hitelügyintéző számára ismerős és megszokott objektumokon, a pénzügyi mutatószámokon alapulnak.

- A harmadik okot csak halványan írjuk ide, és reméljük, hogy általában nem igaz. Ez a leegyszerűsített technika ugyanis lehetőséget ad arra, hogy "komoly kinézetű" minősítési rendszereket mindenféle tényleges sokváltozós vizsgálat nélkül innen-onnan összeollózzanak...

A lépcsős diszkriminancia használata kétélű fegyver a banki szakemberek kezében. Egyrészt, a hitelezési adatbázisok körültekintő elemzése révén beiktathatnak olyan lépcsőket, "kiszögelléseket" a diszkriminancia hipersíkjába, amelyek lazítják a rendszer linearitását, így a lépcsős hiperfelületeket behelyezhetik a döntési térben lineárisan csak rosszul szeparálható csoportok közé. Ha a mutatótérbe történő transzformáció nemlineáris voltára, klasztereket elnyújtó-eltorzító hatására gondolunk, ez mindenképp hasznos lehetőség, ami jelentősen növelheti a minősítési rendszer hatékonyságát. Ezzel szemben Reke Barnabás (Reke, 1995a) rámutatott, hogy ha a lépcsőket találomra állapítják meg, vagy a rendszer megalkotása óta eltelt időben megváltozik a döntési térben lévő ismeretlen eloszlás, és a klaszterek elmozdulnak helyükről, drasztikusan csökkenhet a hatékonyság. Az intervallumhatárra eső klasztereket ugyanis az elemzés szétvágja, szétmossa (lásd A klasztert a 6.4. ábrán).

**6.4. ábra** Grafikus példa a lépcsős diszkriminancia hátrányaira



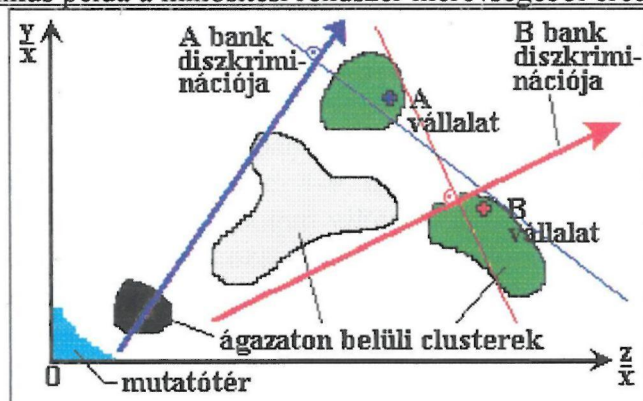
Ehhez még annyit tennénk hozzá, hogy ha a minősítendő vállalkozások könyvelői részletesen ismerik a lépcsős diszkriminancia-alapú banki minősítés szerkezetét, ez a rendszer megbízhatóságának további romlásához vezet. A lépcsők miatt ugyanis a könyvelési tételeken megfelelő helyeken végrehajtott kis változtatások (pl. a készletértékelési politikában) átbillenthetik a parciális minősítéseket egy-egy ponthatáron, az additív minősítés-kalkulációnál pedig a "sok kicsi sokra megy" elve érvényesülhet.

A diszkriminancia-alapú rendszereknek még egy hátrányát emelhetjük ki. Mivel a diszkriminancia függvények lineárisak, gradiensvektoraik az egész értelmezési tartomány felett azonosak. Ez a gyakorlatba lefordítva azt jelenti, hogy az egyszerű diszkriminancia alapú rendszerek egy lehetséges vállalati működési modellt, a különböző mérlegtételek közti arányok egy lehetséges formáját favorizálják. Gyakorlati tapasztalatainkból viszont jól tudjuk, hogy a különböző méretű, vagy különböző ágazatokban tevékenykedő sikeres vállalatok többnyire nem ugyanazon modell alapján működnek. Így a bank szakemberei három dolgot tehetnek:

1 - Egyszerű diszkriminancia modellel, ágazatok közti "kompromisszumos megoldást" keresnek, felvállalva a kockázatot, hogy a létrehozott minősítési rendszer egy ágazat sajátosságaihoz sem fog igazán illeszkedni, és gyatra számszerű minősítéseket produkál.

2 - Egyszerű diszkriminancia modellt alkalmaznak, amelyet a legnagyobb, általuk megcélzott piaci szegmens sajátosságainak megfelelően lőnek be. Ekkor vállalják a kockázatot, hogy az ettől eltérő ágazatban tevékenykedő, sikeres, a banknál régóta számlát vezető ügyfeleket más pénzintézetek kedvezőbb hitelfeltételekkel elcsábíthatják (lásd 6.5. ábra).

**6.5. ábra** Grafikus példa a minősítési rendszer merevségéből eredő piacvesztésre



Az ábrából látszik, hogy B vállalat A bank ügyfeleként nem kaphat kedvező feltételekkel hitelt, viszont a némileg eltérő minősítési rendszerrel rendelkező B banktól igen. Ez esetben fennáll a veszély, hogy A bank elveszti B ügyfelet.

A magyar kisbankok sikeresen működő része alaposan ki is használta ezt az effektust a nagybankok rovására, a harmadik lehetséges megoldás révén.

3 - Eltérő ágazati súlyozás használata a diszkriminancia összeállításánál. Igen jellemző, hogy a 6.3. részben terítékre kerülő minősítési rendszereknél **B**, **K** és **O** nagybankok esetén szinte fel sem merül az ügyfél ágazati hovatartozása. Pedig, az egyes ágazatok jellemzőivel foglalkozó kutatások egyes eredményei még ingyenesen is elérhetőek bizonyos KSH-kiadványokban (Lázárné, 1996), nem beszélve a célirányosan finanszírozott kutatások lehetőségéről... **C** kisbank, amely a kis- és középvállalatok finanszírozása tekintetében komoly hagyományokkal rendelkezik, a legfontosabb mutatók tekintetében KSH-besorolás szerinti ágazati súlyozást alkalmaz. Ez persze "jelentősen megbonyolítja" a minősítési rendszert, az már nem végezhető el 2-3 A4-es lapon, hanem táblázatkezelő felhasználói szintű ismerete szükséges hozzá...

A diszkriminancia-alapú modellekről szóló fejtegetéseinket összegezvén, megállapíthatjuk, hogy ezek magyar viszonyok közt történő alkalmazása során jelentős módszertani problémákkal kerülünk szembe, amelyek megakadályozzák a nagy hatékonyságú minősítést. A banki gyakorlatban alkalmazott adósmiősítési rendszerek azonban sokszor még a diszkriminancia tényleges lehetőségeit sem merítik ki.

### 6.2.3. Klaszterezéses modellek

Az előző részben láthattuk, hogy a diszkriminancia-alapú modellek a csoportok szeparációját hipersíkok révén oldják meg, ezen a gyakorlatban alkalmazott trükkök csak annyit tudnak lazítani, hogy kisebb-nagyobb kiszögelléseket, lépcsőket iktatnak be a szeparációs felületbe. Az éles klaszterezési módszerek legnagyobb előnye hogy kevésbé szigorú alapfeltételezéseik vannak a csoportok döntési térbeli eloszlását illetően. A legtöbb ilyen módszer kielégítően működik, ha a klaszterek kompakt, nagyjából konvex alakzatokat vesznek fel a térben, amelyeknek nem túlságosan nagy az átlapolása.

A klaszterezési módszerek adóminősítésben történő hazai felhasználásával Reke Barnabás (Reke, 1993), (Reke, 1995b) és Jávor László (Jávor, 1995) foglalkozott behatóan. Mindkét megközelítésre jellemző a nagyméretű, sokváltozós adatbázisok használata, és hogy a klaszterezés előtt faktoranalízis révén próbálják csökkenteni az elemzésbe bevonandó változók (pénzügyi mutatószámok) számát. Reke 4-4 faktort hoz létre az általa külön kezelt, közgazdasági szempontból input illetve output változók számára, Jávor 14 mutatóból 5 faktort állít elő. Reke klaszterezés gyanánt K-közepes klaszterezést használ 4 centroiddal, míg Jávor az 5 faktort súlyozott összegzés révén egyetlen "monetáris pozíció" (MP) változóba aggregálja. Ezen változó eloszlási profilja alapján osztja fel az adatbázist 5 csoportba, amelyek hitelképesség szerint történő besorolást jelentenek. Mindkét rendszerre jellemző, hogy olyan módszereket kapcsolnak össze, amelyek önmagukban is elég kemény feltételezéseket tesznek az alapsokaság eloszlására vonatkozóan (pl. a faktoranalízis megköveteli a változók és a megfigyelések homogenitását is). A 6.2.1. részben általunk már tárgyalt, mutatótérbe történő leképezés "mellékhatásai" fokozott óvatosságra intenek ilyen módszerek felhasználását illetően. Az adóminősítés banki gyakorlatában alkalmazott klaszterezéses módszerek jellegzetes példája a B bank által alkalmazott rendszer: 1500 vállalkozásból álló, 5 változós adatbázison végeznek K-közép klaszterezést, a legközelebbi szomszéd módszerével. A távolsági metrika négyzetes euklideszi távolság. A klaszterek száma 7. Minden klaszterhez egy megadott kockázati kategóriát rendelnek hozzá, amely meghatározza az ügylet- és ügyféllimiteket, a biztosítékok mennyiségét és minőségét. A felhasznált változók a következők:

Változó neve	Számítási mód	Súly
ERVA =	A.F. Adózott eredmény M.D. Saját tőke	2
ERA =	A.F. Adózott eredmény A/I. Nettó árbevétel	2
EXP =	A.02. Export árbevétel A/I. Nettó árbevétel	1
TAMOG =	A.F. Adózott eredm.-szubvenciók szubvenciók	2
KESZFORG =	A/I. Nettó árbevétel M.B/I. Készletek	1

Mivel a módszer készítői szembesültek a fenti változók rendkívül magas szórásával, ezért az adatbázis elemein egy sajátos transzformációt minden változó szerint. A változó parciális sűrűségi profiljában található maximum- és minimumhelyek helyzetének elemzése alapján 3 értékintervallumra bontják a változót, ezekhez sorban az 1, 2, 3 értékeket rendelik. A klaszterezést az intervallumos besorolásból nyert és a fenti súlyokkal beszorzott értékeken hajtják végre. Ez szemléletesen azt jelenti, hogy  $3^5 = 243$ , hipertéglatest alakú, diszjunkt részhalmazra vágják a döntési teret, majd ezek közül hétbe a klaszterezés révén egy-egy centroidot helyeznek el. Egy adott vállalatra vonatkozó megfigyelés akkor sorolható egy adott



klaszterbe, ha a klaszter centroidjától mért euklideszi távolsága nem nagyobb, mint a centroid-vektor normáltjának 25%-a.

Véleményünk szerint B bank szakemberei által alkalmazott trükk a szórás csökkentésére igen szellemes megoldás, de inkább a probléma megkerülésének, mint megoldásának tekinthető. A transzformáció révén ugyanis az adatbázis hordozta hasznos információk túlnyomó része is elvesz. Különösen igaz ez, ha figyelembe vesszük, mennyire összefüggő mutatókat választottak a klaszterezés változóiként, és a mutatótérbe történő nemlineáris leképezés milyen torzításokat, nyújtásokat okoz a klaszterek alakjában. A problémákat jelzi az is, hogy a klaszterezésen alapuló klasszifikáció csak egy kis részt kap B bank minősítési rendszerében a mutatószám-alapú lépcsős diszkriminancia és a Cash-flow elemzés mellett.

#### 6.2.4. Regressziós modellek

Az adósminősítés területén a legelterjedtebben használt regressziós módszer a LOGIT regresszió (Pantelona, Platt, 1987b), (Platt, Platt, 1990), (Virág, Hajdú, 1996). Olyan esetekben alkalmazható jól, amikor a döntési térben két csoportot szeretnénk elkülöníteni, a döntés tehát dichotóm (pl. csőd - túlélés). Előnye, hogy a diszkriminancia analízissel szemben a csoportok eloszlására nem tesz semmilyen feltételezést. Abban az esetben, ha csoportok valóban normális eloszlásúak a diszkriminancia hatékonyabb a LOGIT-nál, de mint az előző részekből kitűnt, az adósminősítés esetén ennek kicsi a veszélye. A LOGIT módszer lényege a következőképpen vezethető le (lásd 6.6 ábrát):

- Legyen  $z = f(x)$  egy diszkriminancia függvény azonos prior valószínűségekkel és  $c$  darab osztóponttal:

$$z = v_1 \times x_1 + v_2 \times x_2 + \dots v_n \times x_n \quad (6.29)$$

- Ekkor a csőd és nem csőd kimenetek posterior valószínűsége:

$$P_{cs\ddot{o}d} = \frac{e^{c-z}}{1 + e^{c-z}} \quad (6.30) \quad P_{nem\ cs\ddot{o}d} = \frac{1}{1 + e^{c-z}} \quad (6.31)$$

- A csőd és nem csőd bekövetkezési valószínűségeinek aránya:

$$ODDS = P_{cs\ddot{o}d} / P_{nem\ cs\ddot{o}d} = e^{c-z} \quad (6.32)$$

- Logaritmizáljuk az egyenlőséget:

$$\ln(ODDS) = c - z \quad (6.33)$$

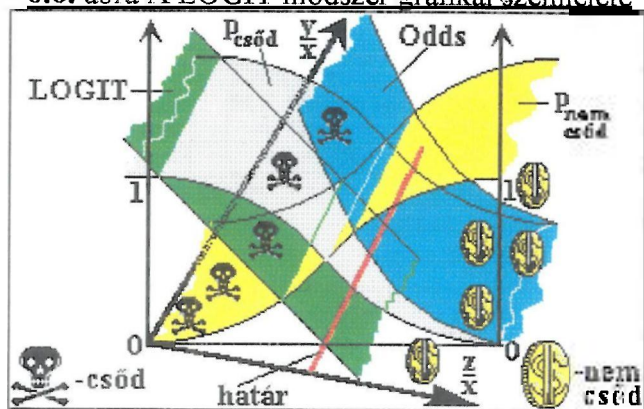
- Legyen:

$$c - z = b_0 + b_1 \times x_1 + b_2 \times x_2 + \dots b_n \times x_n \quad (6.34)$$

- A logisztikus regresszió modellje:

$$LOGIT = \ln(ODDS) = b_0 + b_1 \times x_1 + b_2 \times x_2 + \dots b_n \times x_n \quad (6.35)$$

6.6. ábra A LOGIT módszer grafikai szemlélete

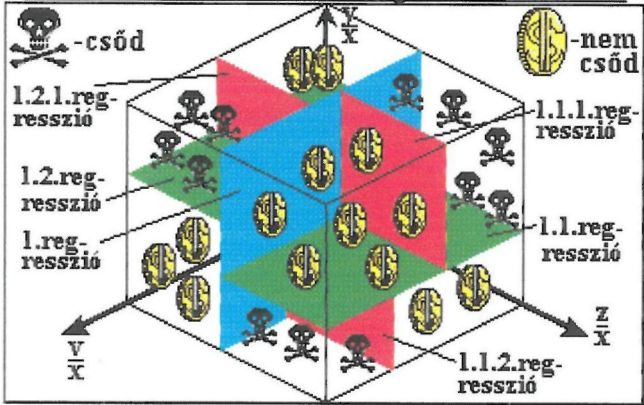


A LOGIT magyar viszonyok közt történő tesztjénél (Virág, Hajdú, 1996) a diszkriminancia tesztelésénél már említett adatbázison 84.4%-os találati arányt ért el. Ez messze alatta marad a Pantelona és Platt (Pantelona, Platt, 1987b) által USA adatbázisokon elért 98%-nak, de jobb mint a diszkriminancia hazai tesztelésekor elért 77%. Ez az eredmény alátámasztani látszik azon feltevést, hogy az adóminősítési probléma döntési terében, a messze nem normális, multimodális eloszlások dominálnak.

A LOGIT nem oldja meg a diszkriminancia-alapú közelítések másik nagy hátrányát, így a csoportok szeparációja továbbra is egy hipersík mentén történik. Ez elnyújtott, konkáv, átlapoló klaszterek jelenléte esetén jelentősen rontja a hatékonyságot. Ennek tulajdonítjuk, hogy a magyar viszonyok közti eredmények ennél a módszernél sem érték el az USA adatbázisoknál kapott eredményeket.

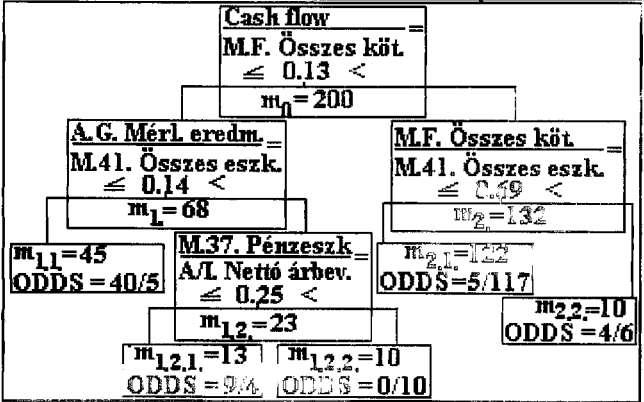
Mivel a lineáris szeparációs felületek hátrányait már idejekorán felismerték, számos kutató igyekezett olyan módszereket létrehozni, amelyek bonyolultabb szeparációkra képesek. A legegyszerűbb megoldás, ha lineáris szeparációk sorozatával konvex poliéderekre vágjuk szét a döntési teret. Ily módon már változatos alakú csoportokat definiálhatunk, mégis megtartjuk a lineáris közelítés viszonylagos egyszerűségét és alacsony számolási igényét. Ezen törekvések megvalósításának legegyszerűbb példája a CART (Classification and Regression Trees) módszer, amelyet szintén bevettek az adóminősítésben (lásd 6.7.ábra).

6.7. ábra A CART módszer grafikai szemlélete



A módszer annyival egyszerűbb és gyorsabb más lineáris szeparáció-sorozatot tartalmazó módszereknél, hogy itt csak egy magyarázó és egy eredményváltozót tartalmazó regressziók vannak. Első lépésben, egy adott döntési változó szerint regresszióval meghatározunk egy osztópontot, ami a teljes minta adatbázist két csoportra osztja. Ezután a csoportokat osztjuk alcsoportokra adott döntési változók mentén végzett regresszióval. Majd az alcsoportokat osztjuk fel még kisebb csoportokra. Ezen a módon létrehozhatunk egyfajta csoport hierarchiát (lásd 6.8. ábra), ahol minden csoporthoz a döntési tér egy meghatározott része rendelődik.

6.8. ábra Példa a CART-tal alkotott csoporthierarchiára





A módszer legnagyobb hátránya, hogy semmiféle útmutatást nem tartalmaz arra nézve, hogy a változók szerint milyen sorrendben hajtsuk végre a parciális regressziókat ez egyes csoportokon és alcsoportokon belül, pedig ez jelentősen befolyásolja a szeparáció hatékonyságát. A másik hátrány, hogy csak hiper-téglatest jellegű térrészek elkülönítésére ad lehetőséget, amelyeknek élei párhuzamosak kell, hogy legyenek a döntési tér koordináta tengelyeivel, ami jelentősen korlátozza a CART alkalmazhatóságát, különösen ha a mutatótérbe történő leképezés nem lineáris voltára, és klasztereket elnyújtó hatására gondolunk.

### **6.3. Néhány magyar bank adósminősítési rendszerének összehasonlítása**

A gyakorlatban használt hitelbírálati rendszerekkel kapcsolatos vizsgálódásainkat kénytelenek vagyunk egy illusztratív jellegű példára korlátozni, ahol igyekszünk néhány jelenséget bemutatni, amelyek elméleti-módszertani alapját az előző részben tárgyaltuk. A hitelbírálati rendszerek bizonyító erejű, statisztikailag megalapozott összehasonlító tesztjéhez olyan adatbázisra lett volna szükség, amely a nyilvánosan hozzáférhető adatoknál jóval több információt tartalmaz, egy ágazatilag és méret tekintetében diverzifikált vállalkozás portfólióra vonatkozóan. Ilyen adatbázisok elsősorban a nagybankok központjaiban találhatók, ahonnan banktitok miatt igen nehézkes információkat szerezni.

Így kiválasztottunk egyetlen, általunk jól ismert középvállalatot, amely 1991-95 közt a magyar vállalatok közt meglehetősen tipikus piacvesztés-kiútkeresés-privatizáció jelentette hullámvölgyet járt be. A tesztben azt vizsgáljuk, hogy az 1994-ben a "gödör aljáról" lassan felfele mozduló vállalkozás tényleges helyzetétől jórészt független, tisztán számviteli manipulációk hogyan befolyásolhatták volna az egyes bankok számszerű adósminősítését egy esetleges hitelkérelemnél. Itt arra koncentrálnak, hogy a tapasztalt jelenségek mennyire vezethetők vissza - pénzügyi kérdések mellett - tisztán módszertani tényezőkre.

Az általunk levont következtetésekkel nem kívánjuk minősíteni a vizsgálatba bevont pénzintézetek hitelezési tevékenységét. Az számszerű értékelések mellett ugyanis még számos tényező befolyásolhatja pozitív vagy negatív irányban a hitelezés hatékonyságát:

- kormányzati, politikai, jegybankszférából eredő hatások
- a tulajdonosok és a felsővezetés szándékai
- az alkalmazottak képzettsége, motiváltsága, piacismerete
- az integrált információs rendszer fejlettsége
- piaci környezet és versenyhelyzet

(A vizsgálat során gyakran hivatkozunk bizonyos mérlegtételekre és a minősítési rendszerek konkrét részleteire. Ezeket lásd a B függelékben, illetve a lemezmellékleten a **MERLEG1.XLS** állományban.)

#### **6.3.1. A szereplők**

##### **'A' vállalat:**

Dél-dunántúli, székhelyű, mezőgazdasági cikkek kereskedelmével foglalkozó, korábban monopolhelyzetű középvállalat. 1991-től a piaci kereslet drasztikus csökkenésével, a vevők tömeges fizetéseképtelenségével és új versenytársakkal kellett szembenéznie. A vezetés az alkalmazotti létszám 50%-os leépítésével, a tevékenységi körök bővítésével, termeltetéssel és a privatizáció korai kezdeményezésével reagált. Fizetőképességét a válság során megőrizte, a bankokkal és szállítókkal szemben késedelmes tartozásai nem voltak. Eredménykimutatásaiban a holdingok által történő privatizációra jellemző negatív irányú torzítások figyelhetők meg az eredményesség tekintetében, elsősorban adózási okokból kifolyólag.

##### **'C' bank:**

Kisbank, komoly ipari hitelezési tapasztalatokkal, jelentős kis- és középvállalati ügyfélkörrel és elenyésző lakossági érdekeltséggel. Mutatószámos minősítési rendszere erősen kötődik a világbanki szabványokhoz, az ipari hitelezési gyakorlat hatásaként a legfontosabb mutatóknál ágazati súlyozást alkalmaz. Szubjektív rendszere az átlagos magyar színvonalnak megfelelő. A pénzintézet időközben - nem a hitelezési tevékenységből kifolyólag - súlyos veszteségeket szenvedett és kénytelen volt egyesülni egy másik kisbankkal.

### 'O' bank:

Kiterjedt lakossági ügyfélkörrel rendelkező nagybank, az utóbbi időben intenzíven tör előre a vállalalkozási hitelezésben. Külön minősítési rendszere van kezdő és egy évnél régebbi vállalkozások elemzésére. Itt természetesen az egy évnél régebbi vállalkozásokra vonatkozó rendszert vizsgáljuk.

### 'B' bank:

Nagybank, jelentős nagyvállalati ügyfélkörrel és gazdag hitelkonszolidációs tapasztalatokkal. Ennek ellenére, módszertani szempontból viszonylag innovatív, erre utal a Cash-flow elemzés korai alkalmazása, és a klaszterezéses módszerek bevonása. (az ezekkel kapcsolatos mutatókat az Excel-munkalapon a hagyományos világbanki mutatók után csatolva jelenítjük meg.) Szubjektív rendszere magyar viszonylatban az egyik legrészletezettebb.

### 'K' bank:

Nagybank, minősítési rendszere szinte tökéletes tükörképe **B** bank rendszerének: mutatószámok elemzése igen kidolgozott, bár meglehetősen konvencionális, szubjektív rendszere viszont kissé elnagyolt.

## **6.3.2. Az elemzés eszköze**

A **MERLEG1.XLS** Excel-munkalap az egyszerűbb kezelhetőség kedvéért A4-es méretű részletekre tagolt:

- Az első három, egymás alatti lapon a kétszeres könyvvitelt vezető vállalkozás éves beszámolója, valamint **A** összköltséges és **B** forgalmi költséges eredménykimutatása látható, a megelőző három év, valamint a jövő évi terv tekintetében. A mérlegösszefüggések függvényekkel reprezentáltak de az eszközök és a források, valamint a kétféle eredménykimutatás **G** sorának egyeztetése manuálisan történik, a rendszer csak hibajelzést ad nem egyenlőség esetén. A minősítési rendszerekben csak az **A** eredménykimutatás adatait használtuk fel.
- Ez alatt találhatók sorrendben **C**, **O**, **B** és **K** bankok minősítési rendszerei. Minden minősítési rendszer két, egymás alatti lapból áll, az elsőn a mutatószámok, a másodikon a szubjektív elemzés található. Az értékelőlapok melletti táblázatokban található a különféle mutatók értéktartomány-pontszám átváltási táblázatai (ezeket a **B** mellékletből kihagytuk, de az Excel-munkalapon megtekinthetők). Az értékelőlapon feltüntettük a mutató számát, nevét, esetleges világbanki kódját, számítási képletét, a nevező és a számláló értékét, a tört értékét, az erre adható pontszámot és a maximálisan adható pontszámot. Minden minősítés végén az adott bank rendszere szerinti kategória-besorolás található.
- A vizsgálatokat az egyes mérleg és eredménykimutatás tételek fokozatos változtatásával hajtjuk végre, figyelemmel kísérve a kategória-besorolásokban bekövetkezett változásokat.
- A szubjektív minősítési részeket az elemzés során változatlanul hagyjuk, egyrészt, mert tartalmuk sok vonatkozásban eltér, másrészt mert a vállalat egy-egy jellemzőjére adott szubjektív minősítés tekintetében szinte alig vannak egységesen kialakult pénzügyi-szakmai irányelvek. Az általunk feldolgozott hitelezési utasításokban olykor igencsak "gumiszerű" szabályozások találhatók, ezek értelmezésébe pedig nem kívánunk belemenni.

6.3.3. Az elemzés

- Az első érdekesség, amelyet A vállalat adatainak alaphelyzetben történő elemzésekor megfigyelhetünk, hogy a banki minősítések nem teljesen egyöntetűek:

C bank	mutatók	24	pont, max:	55	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	27	pont, max:	50	Kategória	85/70/50
Ponthatárok: 89/73/53/0	összesen	51	pont, max:	105	4	49%
O bank	mutatók	59	pont, max:	90	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	16	pont, max:	30	Kategória	83/66/50
Ponthatárok: 100/80/60/0	összesen	75	pont, max:	120	3	63%
B bank	mutatók	22	pont, max:	58	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3.	szubjektív	44	pont, max:	67	Kategória	80/50
Ponthatárok: 100/63/0	összesen	66	pont, max:	125	2	53%
K bank	mutatók	41	pont, max:	65	Százalékos besor.:	
Kategóriák: A-B-C-D-X-Y-Z	szubjektív	15	pont, max:	35	Kategória	75/65/50
Ponthat.: 75/65/50/30/25/20/0	összesen	56	pont, max:	100	C	56%

(A kategória-besorolások mellett feltüntettük a minősítéseket és a ponthatárokat százalékban is, hogy a különböző rendszerek könnyebben összevethetők legyenek. A részletes adatokat lásd az Excel-munkalapon.) C és B bank a hitelképtelenek (4. kategória) és a rossz adósok (3. kategória) határeseteként kezeli a vállalatot, K és O bank viszont a rossz adósok középső és felső mezőnyébe helyezi, tehát a minősítések már alaphelyzetben is átlagosan fél kategóriányit szóródnak.

- A műveleteket kezdjük egy tisztán a mérleg eszköz oldalán lefolytatott manipulációval. Tételezzük fel, hogy az M.14. Befektetett pénzügyi eszközök tétel egy része értékpapír, amit a vállalat - nehéz helyzetbe kerülve - mobilizálni kíván, ezért átkerül az M.B/III. Értékpapírok tételbe. Mihelyt ennek az átsorolás jellegű tranzakciónak a volumene eléri a 10MFt-ot, tehát a befektetett pénzügyi eszközök kevesebb mint egynolcadát, O bank minősítése átbillen a közepes adós kategóriába. A többi bank rendszere erre a trükkre kevésbé érzékeny:

C bank	mutatók	24	pont, max:	55	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	27	pont, max:	50	Kategória	85/70/50
Ponthatárok: 89/73/53/0	összesen	51	pont, max:	105	4	49%
O bank	mutatók	64	pont, max:	90	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	16	pont, max:	30	Kategória	83/66/50
Ponthatárok: 100/80/60/0	összesen	80	pont, max:	120	2	67%
B bank	mutatók	22	pont, max:	58	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3.	szubjektív	44	pont, max:	67	Kategória	80/50
Ponthatárok: 100/63/0	összesen	66	pont, max:	125	2	53%
K bank	mutatók	43,5	pont, max:	65	Százalékos besor.:	
Kategóriák: A-B-C-D-X-Y-Z	szubjektív	15	pont, max:	35	Kategória	75/65/50
Ponthat.: 75/65/50/30/25/20/0	összesen	58,5	pont, max:	100	C	59%

Ha az összeget 50MFt-ra növeljük, O bank minősítése lassan behúzódik a közepes adós kategória középmezőnyébe. Ha részletesen szemügyre vesszük O bank rendszerét,

észrevehetjük, hogy az ugrásért a likviditási mutató és a likviditási gyorsráta túl nagy súlya (33% a mutatószámok elemzésben, 25% a teljes rendszerben), és a gyorsráta sajátos összeállítása a felelős. A likviditási mutatók túlságosan sok torzításnak vannak kitéve ahhoz, hogy ilyen súlyos szerepet vigyenek. Mindkét mutató számlálójának erős kapcsolata van a forgóeszközökkel, ez növeli a forgóeszközök elemzésbeli dominanciáját, kedvező táptalajt teremtve az eszközoldali manipulációknak.

- **C bank** minősítését szintén a likviditási gyorsrátán keresztül lehet a legkönnyebben befolyásolni, ez a minősítés azonban annyival jobb, hogy eszközoldali manipulációk mellett kiterjedt forrásoldali műveletekre is szükség van hozzá. Alaphelyzetből kiindulva, vigyük át a befektetett pénzügyi eszközöket (87MFt), **M.B/III Értékpapírokat** (7.3MFt) az **M.B/IV. Pénzeszközök** tételbe. Egyúttal tételezzük fel, hogy a vállalatnak sikerül **M.64.. 240MFt** rövidlejáratú hiteleit az adott éven túli lejáratra ütemeztetni, így ezek átkerülnek **M.F/I. Hosszúlejáratú kötelezettségek** közé:

<b>C bank</b>	mutatók	28	pont, max:	55	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	27	pont, max:	50	Kategória	85/70/50
Ponthatárok: 89/73/53/0	összesen	55	pont, max:	105	3	52%
<b>O bank</b>	mutatók	69	pont, max:	90	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	16	pont, max:	30	Kategória	83/66/50
Ponthatárok: 100/80/60/0	összesen	85	pont, max:	120	2	71%
<b>B bank</b>	mutatók	22	pont, max:	58	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3.	szubjektív	44	pont, max:	67	Kategória	80/50
Ponthatárok: 100/63/0	összesen	66	pont, max:	125	2	53%
<b>K bank</b>	mutatók	48,7	pont, max:	65	Százalékos besor.:	
Kategóriák: A-B-C-D-X-Y-Z	szubjektív	15	pont, max:	35	Kategória	75/65/50
Ponthat.: 75/65/50/30/25/20/0	összesen	63,7	pont, max:	100	C	64%

C bank minősítése négyesről hármas kategóriára vált, ehhez azonban jóval kiterjedtebb és szemet szűrőbb tranzakciókra volt szükség, mint az előbb.

- A mérleg és eredménykimutatás tételei közti tranzakciók közül az **M.B/I. Készletek** bizonyos elemeinek **A/IV. Anyagjellegű ráfordításokká** történő konverziója, illetve ennek fordítottja érdemel figyelmet. A 38MFt-os volumen elérésekor a következők történnek:

<b>C bank</b>	mutatók	23	pont, max:	55	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	27	pont, max:	50	Kategória	85/70/50
Ponthatárok: 89/73/53/0	összesen	50	pont, max:	105	4	48%
<b>O bank</b>	mutatók	66	pont, max:	90	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3-4	szubjektív	16	pont, max:	30	Kategória	83/66/50
Ponthatárok: 100/80/60/0	összesen	82	pont, max:	120	2	68%
<b>B bank</b>	mutatók	22	pont, max:	58	Százalékos besor.:	
Kategóriák: 1-2-3.	szubjektív	44	pont, max:	67	Kategória	80/50
Ponthatárok: 100/63/0	összesen	66	pont, max:	125	2	53%
<b>K bank</b>	mutatók	51	pont, max:	65	Százalékos besor.:	
Kategóriák: A-B-C-D-X-Y-Z	szubjektív	15	pont, max:	35	Kategória	75/65/50
Ponthat.: 75/65/50/30/25/20/0	összesen	66	pont, max:	100	B	66%

K és O bank minősítése feljebb vált eggyel, ismét jelezvén a burkolt forgóeszköz-dominancia likviditási mutatókon keresztül kifejtett hatásait. K bank esetén ehhez még hozzájárul, a

dinamikus elemzési résznek a mérleg szerinti eredményre ható manipulációkkal szembeni érzékenysége. A dinamikus elemzés ugyanis csak arányaiban vizsgálja az eredmény változását, abszolút tömegében nem, ezért kis fluktuáció esetén is sokszor maximális pontszámot eredményez.

- A vizsgálatok során B bank rendszere mutatta a legnagyobb stabilitást, ez azonban annak a hatása, hogy a szubjektív elemzések adatain nem változtattunk. A szubjektív elemzés nagyobb súlya, részletesebb kidolgozása kétélű fegyver: megfelelő szervezeti háttér, alkalmazotti tudás és motiváció esetén előnyt jelenthet, de tágabb teret engedhet bizonyos részérdekektől vezérelt torzításoknak is.

A szubjektív elemzési részekben véghezvihető manipulációk mellett eltörpülnek azok a finom kis különbségek és váltások, amelyeket a fentiekben tárgyaltunk. Így végül is érthető és helyénvaló az ÁFB 1994-es intézkedése, amelyben rendeletileg korlátozta a szubjektív elemzések arányát. Ez azonban megbízhatóbb számszerű elemzési módszerek nélkül nem veszi elejét a "szubjektivitási spirálnak".

A magyar gyakorlatban használatos néhány hitelbírálati rendszer elemzéséből végső soron azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a hitelbírálat fejlesztése elsősorban nem módszertani, vagy információtechnológiai kérdés, hanem a piaci-gazdasági erőviszonyok, megfelelő képzettségű és szemléletű alkalmazottak, a szakmai "generációváltás" kérdése. Ezt jelzi az is, hogy a gyakorlat még az elterjedt módszerek lehetőségeit sem használja ki teljesen, az új módszerek bevezetésével szemben pedig helyenként igen erős az ellenállás. Ennek tudható be, hogy a Straitjacket+F-Wing rendszert nem tudtuk magyar hitelezési adatbázison tesztelni, kénytelenek voltunk beérni egy Milánóból származó, speciálisan rövid távú hitelezéssel kapcsolatos teszt adatbázissal, amely a következő részben kerül elemzésre.



## 6.4. A Straitjacket+F-Wing tesztje egy hitelezési adatbázison

### 6.4.1. Az adatbázis

Egy nagy japán elektronikai cég 90 napos kereskedelmi hitelben szállítja termékeit az észak-olaszországi viszonteladóinak. A viszonteladók hitelképességét kell megbecsülnünk egy 738 mintavektort tartalmazó minta adatbázis segítségével, amelyet 1996 folyamán gyűjtöttek össze. Így lényegében egy üzleti évre vonatkoztatott, keresztmetszeti jellegű adatbázisnak tekinthető. A döntési változók a következők:

#### Független változók:

PAY - Fizetési pontosság score (1-rossz .. 80-jó)  
LATE - A leghosszabb késés napokban az elmúlt 12 hónapban  
ORD - A megrendelések átlagos gyakorisága az elmúlt 12 hónapban  
TRNS - A számlaműveletek száma az elmúlt 12 hónapban  
BAL - Átlagos bankszámlaegyenleg az elmúlt 12 hónapban  
TRNW - Aggregált bankszámlaforgalom az elmúlt 12 hónapban

#### Csoportosító változó:

CRED - Hitelminősítési kategória:

Kód	Kategória	gyakoriság
1	Jó adós	59.6%
2	Közepes adós	19.4%
3	Rossz adós	10.7%
4	Veszteségként leírandó	10.3%

#### Alapstatisztikák:

	PAY	LATE	ORD	TRNS	BAL	TRNW
max	80	300	14	354	841	7434
min	5	0	1	0	2	0
átlag	70	49	4	21	40	267
szórás	11	49	3	40	66	680
módusz	80	0	1	3	10	3
alsó kvart.	65	9	2	3	11	18
medián	74	37	3	8	22	53
felső kvart.	79	72	5	20	46	189
hiányzó értékek %	27	36	0	0	0	0

#### Korrelációs mátrix:

	PAY	LATE	ORD	TRNS	BAL	TRNW	CRED
PAY	1.00						
LATE	-0.18	1.00					
ORD	0.08	0.26	1.00				
TRNS	-0.02	0.08	0.26	1.00			
BAL	0.06	0.11	0.17	0.63	1.00		
TRNW	0.01	0.06	0.22	0.95	0.72	1.00	
CRED	-0.18	0.33	-0.08	0.15	0.11	0.13	1.00

Két fontos megjegyzésünk van az adatbázissal kapcsolatban:

1. A korrelációs mátrixból kitűnik, hogy a viszonteladó bankszámlájával kapcsolatos "független" változók elég erősen összefüggenek. Így az adatbázis nem tűnik túl informatívnak, de a viszonteladókról hozzáférhető információ mennyisége és fajtája külső adottság.
2. A rossz adósok és a veszteségként leírandók - amelyeket biztonságosan fel kellene ismerni a becslés során - viszonylag kis klasztereket képeznek a jó adósokhoz képest

#### **6.4.2. A DCL-AVO+FAM és Straitjacket+F-Wing neuro-fuzzy rendszerek összehasonlítása**

Az adatbázis 367 darab hiányzó elem nélküli mintavektort tartalmaz. Ezekből választunk ki véletlen módon 255-öt, amelyeket betanítunk mindkét neurális rendszerrel. Ezután becsléseket végzünk a CRED változó értékére a többi változóból minden kiválasztott mintavektornál. Egy próba elvégzéséhez 10 véletlen kiválasztást végzünk, és a kapott klasszifikációs mátrixokat átlagoljuk. A különböző algoritmusok paraméterezését parciálisan módosítottuk számos próba során. A legjobb beállítások:

##### DCL-AVO beállítások:

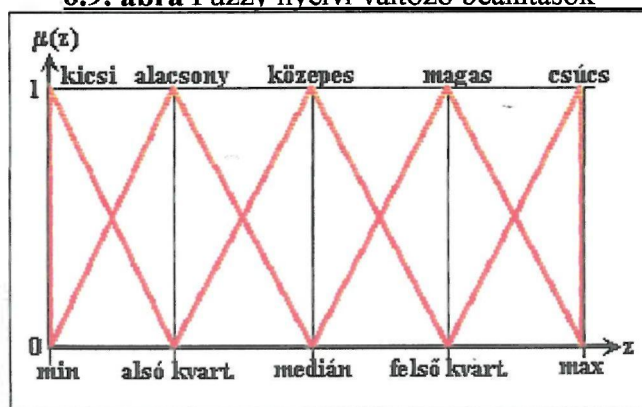
- Az input neuronok száma:  $n = 7$
- Az output neuronok száma:  $m = 255$
- Kezdő tanulási ráta:  $\beta = 0.01$
- Az output mezőn folyó verseny intenzitása ( $[0,1]$  közé normalizált mezőn belüli szinaptikus súlyok):  $m_{jk} = 0.25 \quad j=1..m, k=1..m$
- Az iterációk száma a Ljapunov-stabilitás elérésekor:  $t = 47$

##### FAM beállítások (konstansak maradtak a tesztelés folyamán):

Mivel nem volt direkt kapcsolatunk a szakértőkkel, akik az adatbázist összeállították, a következő módon kalibráltuk a fuzzy nyelvi változókat:

- A független változóknál 5 darab trianguláris fuzzy értéket alkalmaztunk 50% átlapolással. Az adott éles döntési változó szerinti minimum, alsó kvartilis, medián, felső kvartilis és maximum fölé helyeztük el őket (lásd 6.9. ábra).
- A CRED változónál megtartottuk az eredeti négy kategóriát trianguláris fuzzy értékekkel és 50% átlapolással.

**6.9. ábra** Fuzzy nyelvi változó beállítások



##### FAM becslési eredmények:

- 255 vektor becsléséhez szükséges idő: 3493 sec.
- A helyes becslések aránya: **15%**
- CRED változó átlagolt klasszifikációs mátrixa:

ered.	Becsült érték			
érték	1	2	3	4
1	0%	34%	0%	13%
2	0%	12%	0%	9%
3	0%	9%	0%	9%
4	0%	11%	0%	3%

Straitjacket beállítások:

- Az input neuronok száma:
- Az output neuronok száma (csak alsó adatbázist alkalmaztunk):
- Straitjacket-hálóerő:
- A klaszter centroidok egyensúlya
- Az igényelt klaszter centroidok száma:
A 64 centroid eléréséhez szükséges iterációk száma:
- $n = 7$   
 $m = 255$   
 $\alpha = 1.00$   
 $\beta = 1.5$   
 $\lambda = 64$   
 $t = 86$

F-Wing beállítások:

- A fuzziság foka:
- $\chi = 2$

F-Wing becslési eredmények:

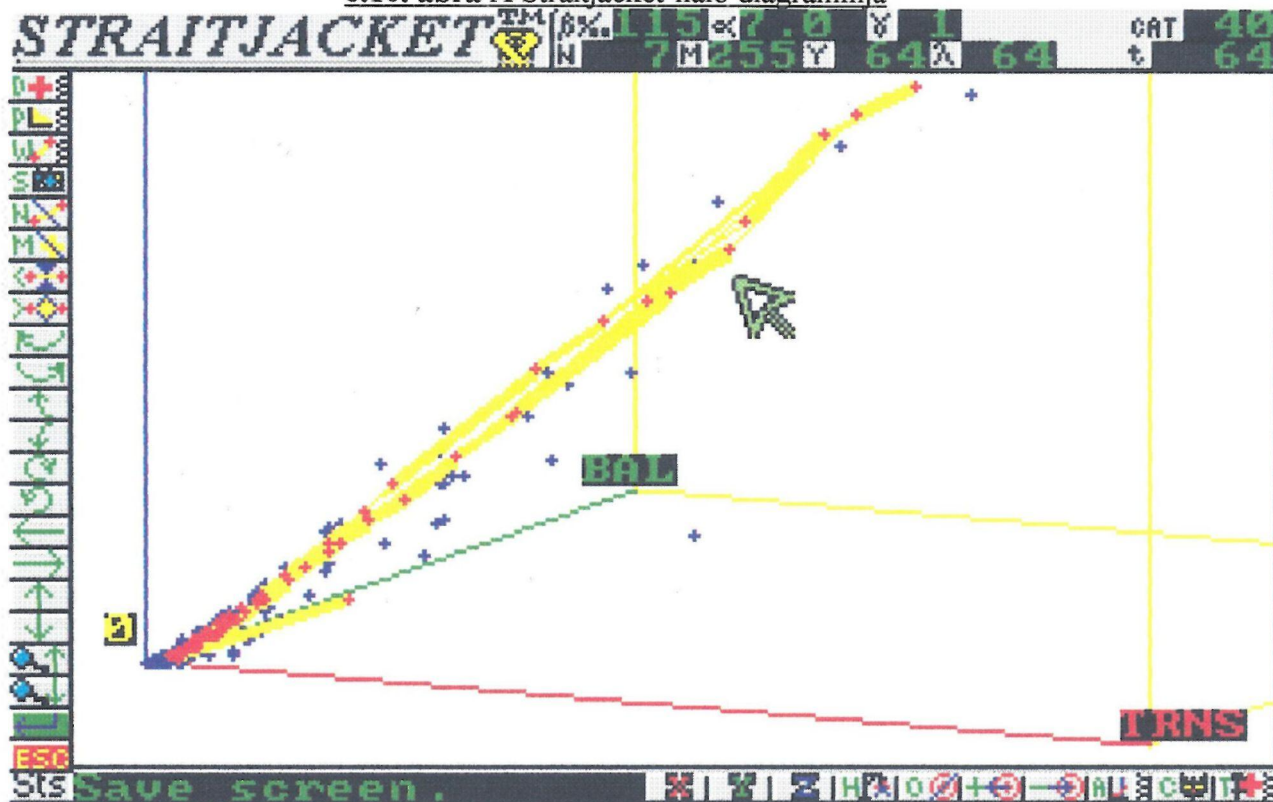
- 255 vektor becsléséhez szükséges idő: 170 sec
- 
- A helyes becslések aránya:
- 60.6%**
- 
- CRED változó átlagolt klasszifikációs mátrixa:

ered.	Becsült érték			
érték	1	2	3	4
1	43.3%	8.6%	6.6%	0.7%
2	8.6%	7.8%	2.7%	0.4%
3	2.4%	2.7%	5.2%	0%
4	4.3%	1.6%	0.4%	4.3%

6.4.3. A Neuro-Fuzzy rendszerek összehasonlításából származó következtetések

1. A FAM rendszer feltűnően alacsony teljesítménye a fuzzy nyelvi változók rendkívül egyszerű kalibrációjára vezethető vissza. A klasszifikációs mátrix üres oszlopai arra figyelmeztetnek, hogy az adatbázis eloszlásának néhány "sűrű pontja" fölül egyszerűen hiányzott a megfelelő fuzzy hipergúla, aminek súlyozásával az adott centroid jelenlétét érvényre lehetett volna juttatni (magyarázatként lásd a 2.3. részben már tárgyalt jelenséget). Ha közvetlen konzultációkat folytathattunk volna az adatbázis összeállítóival, jobb becslési eredményeket érhattünk volna el, a fuzzy értékek számának, pozíciójának, átlapolásának megváltoztatása révén. Ez az eset is rávilágít a FAM problémaszpecifikus tudás hiányával szemben tanúsított érzékenységre.
2. Az alábbi ábrán (lásd 6.10. ábra) a normalizált adatbázis tesztprogramunk által előállított egység hiperkocka-diagrammja látható. A vörös tengelyen a TRNS, kéken a TRNW, a zöldön a BAL változót tüntettük fel. A kék kereszttek mintavektorok, a vörös kereszttek output neuronok, a sárga vonalak a Straitjacket-háló élei. Érdemes megfigyelni, hogy a Straitjacket-háló a három magasan korrelált döntési változó terében egyetlen "regressziós egyenessé" húzódik össze az iteráció folyamán.

6.10. ábra A Straitjacket-háló diagrammja



3. Kipróbáltuk a Straitjacket algoritmus egy Kohonen-féle győztes neuron kereséssel módosított verzióját is, de az iteráció futása hosszabb volt ( $t=90$ ) és sokkal durvább. A diagrammon menet közben látható volt, hogy a háló bizonyos részei megcsavarodtak, vagy hektikusan rezonáltak. A becslési eredmények minden esetben rosszabbak voltak, mint az alapverzió eredményei.

4. A Straitjacket algoritmusnak ugyan több iterációs lépésre van szüksége, mint a DCL-AVQ-nak, viszont az F-Wing 20-szor gyorsabban végzi a becsléseket, mint a FAM. Példánkban az F-Wing maximum  $64 \times (64-1) = 4032$  fuzzy wing egy-egy bázispontjában számolja ki a függvényértéket egy becslés elvégzéséhez. A FAM-nak  $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 4 = 62500$  darab fuzzy hipergúla esetén kell megszámolni a tartóba eső output neuronokat a gúla súlyának meghatározásához, ezenkívül meghatározni a metszést E hipersíkkal (lásd (3.24)). Ha a döntési változók számát még néhányal megnövelnénk, a szükséges fuzzy hipergúla szám csillagászati méretűre nőne.

#### 6.4.4. A Straitjacket+F-Wing összehasonlítása a klasszikus statisztikai módszerekkel

SPSS for Windows 5.0-t alkalmaztunk diszkriminancia analízis és K-közép klaszterezés végrehajtására a nem hiányos mintavektorok közül véletlenszerűen kiválasztott 255 elemen, majd a kiválasztott mintavektorok CRED változó szerinti csoportosítására.

##### Diszkriminancia analízis beállítások:

- A független változókat Wilks-féle lambda módszerrel lépésenként vontuk be az elemzésbe.
- A változók bevonási F-értéke: **3.84**
- A változók eltávolítási F-értéke: **2.71**
- Elsődleges valószínűségek: minden csoporté egyenlő
- Kovariancia mátrix: csoportközi kovariancia mátrix

#### A diszkriminancia analízis eredményei:

- A helyesen klasszifikált elemek aránya: **47.4%**
- CRED változó klasszifikációs mátrixa:

ered.	Becsült érték			
érték	1	2	3	4
1	36%	7.4%	9%	6.6%
2	7.8%	3.9%	6.2%	1.9%
3	1.1%	2.3%	4.7%	1.9%
4	3.5%	1.5%	2.7%	2.7%

Látható, hogy a Straitjacket+F-Wing összességében jobb eredményt ad a diszkriminancia analízisnél, ráadásul az eredmények struktúrája is jobb a Straitjacket+F-Wing esetén: módszerünk a rossz adósok **50%-át**, a veszteségként leírandók **40%-át** helyesen felismerte, míg ezek az arányok a diszkriminancia esetén csak **47%** és **25%**. Vagyis, a diszkriminancia a nagyobb, viszonylag kompaktabb klasztert ismeri fel jobban, a kis klaszterek rovására. (A magyarázatlan variancia módszerének, vagy Mahalanobis-távolságok alkalmazása esetén is nagyjából ugyanez az eredmény.) A két rendszer közti különbség még szembetűnőbb, ha az elsődleges valószínűségeket a csoportméretek alapján történő súlyozással számítjuk ki. Ekkor a diszkriminancia összesített eredménye (**61.3%**) egy kicsivel meghaladja az F-Wingét. A növekmény azonban csalóka. Az történik, hogy a diszkriminancia szinte minden elemből a legnagyobb klasztert ismeri fel, a kis klaszterek helyes felismerésének aránya még rosszabb (**27%** és **18%**), így az eredmény struktúráisan romlik. Kísértetiesen hasonló tendenciák figyelhetők meg a K-közép klaszterezés esetében is:

#### Diszkriminancia analízis:

- Az elsődleges valószínűségek a csoportméretekéből számítottak
- CRED változó klasszifikációs mátrixa:

ered.	Becsült érték			
érték	1	2	3	4
1	56.4%	0%	1.1%	1.5%
2	17.2%	0.3%	1.9%	0.4%
3	7.4%	0%	2.7%	0%
4	7%	0.3%	1.1%	1.9%

#### K-közép klaszterezési beállítások:

- A klaszter centroidok száma: **4**
- A konvergencia rátája: **0.02**
- Maximális iterációs lépésszám: **8**

#### A K-közép klaszterezés eredményei:

Helyesen klasszifikált:			
1	2	3	4
52%	1.5%	0%	1.5%

A fentiekből látható, hogy a klasszikus statisztikai módszerek esetén a nagyobb, kompaktabb klaszter hajlamos "eltakarni" a kisebb, kevésbé kompakt klasztereket. Ha ilyen klaszterek megbízható felismerése a célunk, célszerűbb a Straitjacket-F-Winget alkalmazni.

## **7. Összegzés**

Jelen tanulmányban kísérletet tettünk multimodális eloszlást és elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési problémák kezelésére a neuro-fuzzy rendszerek koncepciójának továbbfejlesztése révén. Először formálisan definiáltuk az elnyújtott klasztereket tartalmazó döntési probléma típust, majd a problémát kezelő korábbi fuzzy és neurális módszereket vettük kritikai elemzés alá. Az elemzés eredményeképpen jelentős módosításokat hajtottunk végre a Kohonen-féle alakfeltérképező topológiájában és aktivációjában. Az így nyert Straitjacket algoritmus - az alakfeltérképezés előnyeinek megtartása mellett - kedvezőbb stabilitási és terminációs tulajdonságokkal rendelkezik. A rendszer fuzzy részét illetően a Kosko-féle FAM rendszernél alkalmazott fuzzy hipergúákat fuzzy wing függvényekkel váltottuk fel, lehetővé téve a döntési térben bármilyen helyzetet felvevő hiperfelületek hatékony reprezentációját. A Straitjacket+F-Wing algoritmus mesterségesen generált adatbázison végzett tesztje megmutatta, hogy a multimodalitás, a klaszterek elnyújtottságának és konkavitásának növelésével algoritmusunk fokozatosan előnybe kerül más rendszerekhez képest. A rendszer becslési képességeinek tesztelése után bemutattunk néhány továbbfejlesztési lehetőséget a tudásábrázolással, fuzzy inputok és fuzzy aritmetika alkalmazásával kapcsolatban. Végül megkíséreltük bevezetni az általunk alkotott rendszert egy olyan alkalmazási területre - a magyar kereskedelmi bankok adósminősítésébe - ahol véleményünk szerint nagy mikro- és makrogazdasági előnyöket rejtő, kihasználatlan lehetőségek mutatkoznak valóban korszerű döntéstámogató rendszerek felhasználására. Az ilyen rendszerek tényleges gyakorlati alkalmazása viszont már nem annyira módszertani kérdés, inkább a piaci-gazdasági erőviszonyok és a pénzügyi rendszer fejlettségének kérdése.



## Irodalom

Altman, Haldeman, Narayanan, (1977) "ZETA Analysis, A new model to identify bankruptcy risk of corporation", *Journal of Banking and Finance* vol.1, 29-54.

Amari, S. A., (1980) "Topographic Organization of Nerve Fields", *Bulletin of Mathematical Biology* vol.42, 339-364.

Baas, S. M., Kwakernak, H., (1977) "Rating and ranking of multiple aspect alternative using fuzzy sets", *Automatica* vol. 13, 47-58.

Bácskai, T., (1993) "Gondolatok az adóminősítés jelentőségéről", *Bankszemle* 93 1, 1-4.

Baldwin, J.F., Pilsworth, B.W., (1980), "Axiomatic approach to implication for approximate reasoning with fuzzy logic", *Fuzzy Sets and Systems* vol.3, 193-219.

Baldwin, J.F., (1981), "Fuzzy logic and fuzzy reasoning", in: Mamdani, E. H, Gaines, B. R. (eds.), "Fuzzy reasoning and its applications", Academic Press, New York, 216-235.

Bezdek, J. C., Coray, C., Gunderson, R., Watson, J., (1981) "Detection and characterization of cluster structure", *SIAM Journal of Applied Mathematics* vol 40, 339-372.

Bezdek, J. C., Tsao E. C.-K., Pal, N. R., (1992) "Fuzzy Kohonen Clustering Networks". *IEEE International Conference of Fuzzy Systems*, San Diego, 1035-1043.

Béhm, I., (1995) "Gazdasági mutatók és alkalmazásuk II.", *Kereskedelmi szemle* 95/3, 23-31.

Bélyácz, I., (1991) "Vállalati tőkefinanszírozás", JPTE Kiadó, Pécs, 45-46.

Bouchon-Meunier, B., (1989), "On the management of uncertainty in knowledge-based systems", in: Holzman, A. G., Kent, A., Williams, J. G. (eds.), *Encyclopedia of Computer Science and Technology*, Marcel Dekker, New York, 315-318.

Bouchon-Meunier, B., (1992), "Fuzzy logic and knowledge representation using linguistic modifiers", in: Zadeh, L. A., Kacprzyk, J. (eds.), *Fuzzy logic for the management of uncertainty*, Wiley et Sons Inc., New York, 399-415.

Bródy, S., (1996), "A cégminősítés módszerei", *Bankszemle* 96 7-8, 58-62.

Chen, S. J., Ching, L. H., Hwang, F. P., (1992) "Fuzzy MADM", Springer Verlag, Berlin, 204-212.

Cox, E., (1994) "The Fuzzy Systems Handbook"  
Academic Press, Boston-London, 34-36.

Cox, R. T., (1946) "Probability, Frequency, and Reasonable Expectations", *American Journal of Physics* vol.14 no. 1, 1-13.

Csongor, D., (1994) "Az adóminősítés elvi kérdései", *Bankszemle* 94 9-10, 85-90.

Deakin, E. B., (1972), "A Discriminant Analysis of Predictors of Failure", *Journal of Accounting Research* vol 10, 179-197.

Dombolena, Khoury, (1972), "Ratio Stability and Corporate Failure", *Journal of Accounting Research* vol.10, 167-179.

Dubois, D., Prade, H., (1980) "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications", Academic Press, New York, 218-224.

Dubois, D., Prade, H., (1990), "Gradual inference rules in approximate reasoning", *Information Sciences* vol.8, 137-146.

Dunn, J. C., (1974) "A Fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact, well-separated clusters", *Journal of Cybernetics* 3/3, 32-57.

Eshragh, F., Mamdani, E. H., (1981) "A general approach to linguistic approximation", in: Mamdani, E. H, Gaines, B. R. (eds.), "Fuzzy reasoning and its applications", Academic Press, New York, 236-249.

Esthathiou, J., Rajkovic, V., (1979) "Multiattribute decision making using a fuzzy heuristic approach", *IEEE Transactions On Systems, Man, and Cybernetics* vol. SMC-9, 326-333.

Füstös, L., Meszéna, Gy., Simonné, M., N., (1986) "A sokváltozós adatelemzés statisztikai módszerei", Akadémiai Kiadó, Budapest, 139-146.

Friedrich, I. (1991) "A vállalatok pénzügyi elemzésének alapjai", Martin-Hajdú, Gy., (szerk.) "Tőzsdei kézikönyv", KJK, Budapest, 55-82.

Geszt, T., Pázinándi, F., (1987) "Learning Within Bounds and Dream Sleep", *Journal of Physics* 4, 294-307.

Gupta, M. M., Qi, J., (1992) "On fuzzy neuron models" in "Fuzzy logic for the management of uncertainty" edited by Zadeh, L. A., Kacprzyk, J., Wiley et Sons Inc., New York, 479-495.

Gustafson, D. E., Kessel, W. C., (1979), "Fuzzy clustering with fuzzy covariance matrix", in: Gupta, M. M., Ragade, P. K., Yager, P. R. (eds.), *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, North-Holland, New York, 605-620.

Herz, J., Palmer R.G., Krogh, A., (1991) "Introduction to the Theory of Neural Computation", Addison-Wesley, Redwood, CA, 236-239.

Inoue, H., (1995) "Randomly weighted sums for exchangeable fuzzy random variables", *Fuzzy Sets and Systems* vol.69, 347-354.

Jain, R., (1976) "Decision making in the presence of fuzzy variables", *IEEE Trans. On systems, Man, and Cybernetics* vol. SMC-6, 698-703.

Jaynes, E. T., (1979), "Where Do We Stand on Maximum Entropy?", in: Levine, C., Tribus, D. (eds.), *Maximum Entropy Formalism*, M.I.T. Press, Cambridge, MA, 211-224.

Jávor, L., (1995) "A szakágazati kockázat mérése", *Bankszemle* 95 8-9, 77-82.

Kaufmann, A., Gupta, M. M., (1985) "Introduction to Fuzzy Arithmetic", Van Nostrand, New York, 104-109.

Kosko, B., (1992a) "Neural Networks and Fuzzy Systems", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New York, 299-317.

Kosko, B., (1992b) "Neural Networks and Fuzzy Systems", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New York, 280-299.

Laarhoven, P. J. M., Pedrycz, W., (1983) "A fuzzy extension of Saaty's priority theory", *Fuzzy Sets and Systems* vol. 11, no. 3, 229-241.

Lázárné, K. M., (1996) "A vállalatok pénzügyi adatai 1992-93", *Gazdaság és Statisztika* 96/2, 51-67.

Lindley, D. V., (1987) "The Probability Approach to the Treatment of Uncertainty in Artificial Intelligence and Expert Systems", *Statistical Science* vol. 2 no. 1, 17-24.

Mizumoto, M., Tanaka, K., (1976) "Algebraic properties of fuzzy numbers", *IEEE International Conference of Cybernetics and Society*, 559-563.

Pantelona, Platt, (1987a), "Predicting Failure of Savings and Loan Associations", *American Real Estate and Urban Economics Association Journal* vol.15, 46-64.

Pantelona, Platt, (1987b), "Predicting Commercial Bank Failure Since Deregulation", *New England Economic Review*, July-August, 37-47.

Pauler, G., (1996), "Háború a Yin és a Yang között (Fuzzy matematika versus valószínűségelmélet a döntéshozatalban)", *Sigma*, XXVII. 4, 181-205.

Pauler, G., (1997) "Az 'életlen' halmazok aritmetikája nem 'tökéletlen' aritmetika (A fuzzy aritmetika új megközelítése a döntéshozatalban)", *Sigma*, XXVIII. 1-2, 33-50.

Pauler, G., (1998) "Development of a Neuro-Fuzzy approach for treating multimodal distributions with spurious clusters", *European Journal of Operational Research*, 1998, nyomdai előkészületben.

Platt, D., Platt, M., (1990) "Development of a Class of Stable Predictive Variables: The Case of Bankruptcy Prediction", *Journal of Business Finance and Accounting*, Spring, 23-41.

Puri, M. L., Ralescu, D. A., (1986) "Fuzzy random variables", *Journal of Mathematical Analysis and Applications* vol.114, 409-422.

Reke, B., (1993) "Statisztikai módszer a hitelkérelmek elbírálására", *Bankszemle* 93/9-10, 79-87.

Reke, B., (1995a) "A vállalkozói ügyfélkör adósmínősítése", *Bankszemle* 95/6-7, 46-49.

Reke, B., (1995b) "A hitelkérelmek objektív ragsorolásának lehetőségei", *Bankszemle* 95/6-7, 49-51.

Romaniuk, S. G., Lawrence, O. H., (1992) "Decision making on creditworthiness using a fuzzy connectionist model" *Fuzzy Sets and Systems* vol. 48, 15-22.

Szabó, L. (1993) "Banküzemtan II.", IEB Pécs, 85-110.

Szepesi, J., (1994), "Kisvállalkozások hiteligényeinek elbírálása", *Bankszemle* 94/8, 43-48.

Virág, M., Hajdú, O., (1996) "Pénzügyi mutatószámokon alapuló csődmódeli számítások", *Bankszemle* 96/5, 42-48.

Wenstop, F., (1981), "Deductive verbal models of organization", in: Mamdani, E. H, Gaines, B. R. (eds.), "Fuzzy reasoning and its applications", Academic Press, New York, 216-235.

Willshaw, D. J., von der Malsburg, C., (1976) "How Patterned Neural Connections Can Be Set Up by Self-Organization", *Proceedings of the Royal Society of London B194*, 431-445.

Zadeh, L. A., (1965) "Fuzzy Sets", *Information and Control* vol. 8, 338-353.

Zadeh, L. A., (1968) "Probability Measures of Fuzzy Events" *Journal of Mathematical Analysis and Applications* vol. 23, 421-427.

Zadeh, L. A., (1973) "Outline of a new approach to the analysis of complex system and decision processes", *IEEE Transactions On Systems, Man, and Cybernetics* vol. SMC-2, 28-44.

Zadeh, L. A., (1975) "The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning", *Information Sciences* vol.8, 199-249, 301-357.

Zimmermann, H.-J., Zysno, P. (1983) "Decisions and evaluations by hierarchical aggregation of information", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 10, 243-260.

**abstract:** In this paper, we introduce a developed approach of Neuro-Fuzzy Model Free Estimators to treat decision problems, where presence of highly multimodal distribution and spurious clusters in decision space causes problems at estimation. After critical analysis of Bart Kosko's DCL-AVQ + FAM Neuro-Fuzzy system, we developed our Straitjacket + F-Wing system. Straitjacket Neural System is an improved version of Kohonen's Feature Mapping according to convergence and termination conditions. F-Wing Fuzzy System bases on the Feature Map produced by Straitjacket and provides faster and more exact estimator interface than Bart Kosko's FAM, using fuzzy wing functions instead of fuzzy hyperpyramids. We perform a test on artificial database comparing the efficiency of our approach with Kosko's system, Discriminant analysis, Hierarchic and K-mean clustering. Then the connection of our fuzzy approach with probabilistic approaches and some development possibilities are analyzed. Finally we examine the decision problem on creditworthiness in the commercial banks, as a potencial area of application for our method. We also perform test on empirical credit database.

**key words:** multimodal distribution with spurious clusters, Neuro Fuzzy Model Free Estimator, Feature Mapping, fuzzy wings.

## **A függelék**

**B függelék**





## Straitjacket & F-Wing Felhasználói tájékoztató

A STRAITJACKET rendszer alakfeltérképezést és klaszterezést hajt végre egy maximum 128 változót és 255 megfigyelést tartalmazó statisztikai adatbázison.

Az F-WING egy Fuzzy Modellfüggetlen Becslési Rendszer, amely a Straitjacket neurális rendszer által előállított Alaktérképen alapul.

A fenti rendszerek csak részben tesztelt, fejlesztési fázisban lévő, demonstrációs célú shareware kutatóprogramok. A Straitjacket és F-Wing készítője a rendszerek használata során esetlegesen más szoftverekben, hardver eszközökben, periférikus berendezésekben bekövetkező károkért, valamint a rendszerek üzleti célú felhasználása esetén esetlegesen bekövetkező anyagi veszteségért semminemű felelősséget nem vállal.

Minden jog fenntartva. 1997.07.20.

### 1. Hardverigények, szoftver környezet

- Min. DX2/66MHz CPU (DX4/100 vagy Pentium133 ajánlott)
- 460 / 560 KByte alsó memória hangkártya nélkül /hangkártyával
- 0.5 Mb felső memória
- 1 Mb merev lemez hely
- VGA-kompatibilis videokártya
- 2 vagy 3 gombos egér DOS-os egérmeghajtóval (opcionális)
- 2 gombos joystick (opcionális)
- SoundBlaster-kompatibilis hangkártya mikrofonnal (opcionális)
- Az FWING.BAT program Microsoft Windows 3.1, 3.11, '95 alóli futtatását nem ajánljuk a lehetséges megszakítási konfliktusok miatt

### 2. Telepítés

1. Másolja a A:\STRJCKT könyvtárat C:\ könyvtárba. A könyvtár tartalma:

#### Rendszerfájlok

- |                       |   |
|-----------------------|---|
| - <b>STRJCKT.EXE</b>  | Straitjacket indítófájl   |
| - <b>FWING.BAT</b>    | az F-Wing futtatása <u>hangkártyával</u> .                      |
| - <b>NOWING.EXE</b>   | az F-Wing futtatása <u>hangkártya és felső memória nélkül</u> . |
| - <b>F-WING.EXE</b>   | F-Wing meghajtó, önállóan nem futtatható!                       |
| - <b>GRAPH256.TPC</b> | grafikus meghajtó   |
| - <b>GRMOUSE.TPC</b>  | grafikus egér meghajtó  |

- JOYSTICK.TPU joystick meghajtó
- PAULER.BMP logo fájl
- SCRNSAVE.BMP képernyőmentési, 320×200-as, 256 színű BMP fájl
- SYSMMSG.TXT rendszerüzenet fájl
- COMMAND.VOC a hangparancs-profilok fájlja
- STRJCKT.BMP felhasználói felület fájl
- STRJCKT2.BMP
- FWING.BMP
- CLOCK12.CUR egérkurzor fájl
- CLOCK3.CUR
- CLOCK6.CUR
- CLOCK9.CUR
- LFUPARRW.CUR
- LENSE.CUR

#### Felhasználói szövegfájlok

- **DEFAULT.INP** Straitjacket inputfájl(karakteres szöveg szerkesztővel szerkeszthető)
- **DEFAULT.OUT** Straitjacket output fájl (szerkeszthető)
- **DEFAULT.TRN** F-Wing input fájl (a Straitjacket állítja elő, nem módosítható!)
- **DEFAULT.DIC** F-Wing fuzzy szótár (szerkeszthető)
- **DEFAULT.EST** Becsülendő vektorok az F-Wing számára (szerkeszthető)
- **DEFAULT.FZY** Az F-Wing becslési eredményeinek fájlja (szerkeszthető)
- **DEFAULT.CTR** Kontroll vektorok az F-Wing részére (szerkeszthető)(opcionális)
- **TEST.INP** A tesztadabázis generátor fájlja

2. Másolja az A:\SBTALKER könyvtárat C:\ könyvtárba

3. Ellenőrizze, hogy szerepel-e az Ön számítógépének CONFIG.SYS fájljában:

- DOS=HIGH,UMB - a DOS felső memóriába töltése
- DEVICE=HIMEM.SYS - felső memória meghajtó

4. Ha SoundBlaster-kompatibilis hangkártyával rendelkezik, a következő beállításokkal kell használnia:

I/O port=220h, IRQ=7, DMA csatorna =1




Ezek az értékek rendszerint a hangkártya AUTOEXEC.BAT fájlban indított konfigurációs programjával állíthatók, ami nagyjából így néz ki:






























ESSCFG /A:220h /I:7 /D:1

Más beállítások használata megszakítási konfliktusokat vagy a hangszórók helytelen működését okozhatja.

## 3. A Straitjacket Neurális Rendszer használata

### 3.1. A vezérlések jegyzéke

Egér	Billentyűzet	Joystick	Funkció
	D		Hozzáírja a neuron koordinátákat az output fájlhoz
	P		Hozzáírja a táveloszlási profilokat az output fájlhoz
	W		Hozzáírja a hálósúlyokat az output fájlhoz

	S		Az aktuális képernyő elmentése a képernyőmentési fájlba
	N		A Straitjacket-háló mutatása/elrejtése
	M		A hiányzó értékű koordináta pontok mutatása/elrejtése
	<		A háló éleinek vékonyítása
	>		A háló éleinek vastagítása
	kurzor bal	balra	A 3D-diagramm balra fordítása
	kurzor jobb	jobbra	A 3D-diagramm jobbra fordítása
	kurzor fel	fel	A 3D-diagramm felfele fordítása
	kurzor le	le	A 3D-diagramm lefele fordítása
	PgUp	tűz+jobbra	A 3D-diagramm jobbra döntése
	PgDn	tűz+balra	A 3D-diagramm balra döntése
	numpad 4	2.g.+balra	A 3D-diagramm balra tolása
	numpad 6	2.g.+jobbra	A 3D-diagramm jobbra tolása
	numpad 8	2.g.+fel	A 3D-diagramm felfele tolása
	numpad 2	2.g.+le	A 3D-diagramm lefele tolása
	Home	tűz+le	A 3D-diagramm nagyítása
	End	tűz+fel	A 3D-diagramm kicsinyítése
	Enter		A következő fázis indítása
	Esc		A program abortálása
	X		Az X tengelyen megjelenített változó cseréje
	Y		Az Y tengelyen megjelenített változó cseréje
	Z		Az Z tengelyen megjelenített változó cseréje
	H		Az iteráció felfüggesztése/folytatása
	O		A neuron súly körök elrejtése/mutatása
	+		A neuron súly körök nagyítása
	-		A neuron súly körök kicsinyítése
	A		A CAT és terminációs adatok output fájlhoz írása
	C		A CAT tábla bemutatása
	T		Teszt adatbázis generálása a teszt fájlba

### 3.2. Hogyan használja Straitjacket-et?

1. Készítsen egy szövegfájl bármilyen karakteres szövegszerkesztővel, amelyben az alább részletezett formában leírja az algoritmus paramétereit és a minta adatbázist. Ezután nevezze át a fájlt DEFAULT.INP-nek, hogy a rendszer felismerje, mint input fájlt.

#### A DEFAULT.INP szövegfájl formátuma

```

*** PaulerSoft Straitjacket Neural Network Device Test Input File ***
                                Encoding parameters
-> Theory of learning:
  1: Pauler's Straitjacket system
  2: Kosko's ANQ with Differential Competitive Learning
2
-> Type of neuron vector distance calculation:
  1: Hamming
  2: Euclidean
2
-> Method of determinating Straitjacket-web weights:
  1: Relative distances from inversed distance-distribution profiles
  2: Absolute distances

```

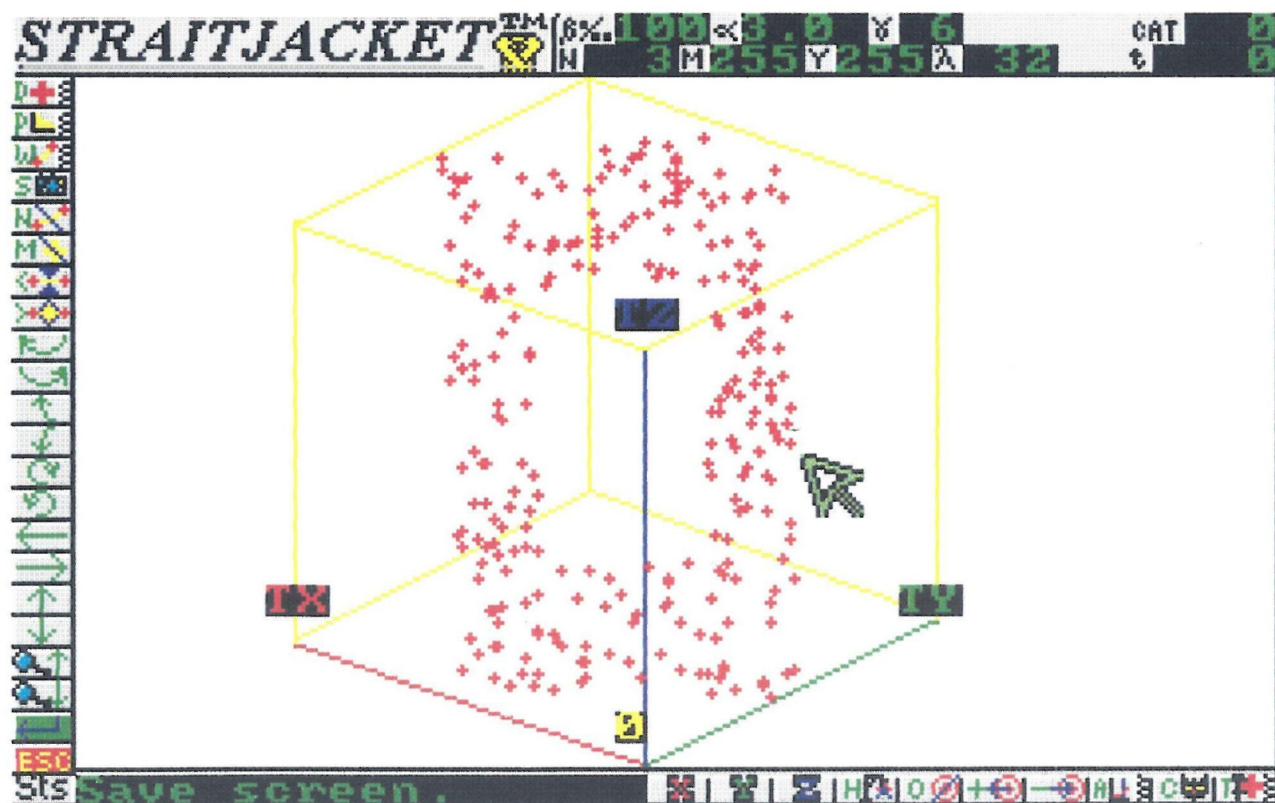
```

1
-> Straitjacket-web force (range 0 /very strong/..1 /weak/):
0.75
----- Clustering parameters -----
-> Cluster centroid equality rate (range 1 /equal/..255/nonequal/):
2
-> Number of the requested cluster centroids (range 1..255):
25
----- Database settings -----
-> Type of variable normalization to [0,1] interval:
1: Minimum to maximum range
2: Interquartile difference (lower quartile = 0.25, upper quartile = 0.75)
3: Expected value = 0.5, standard deviation = 0.25
1
-> Missing values (range -32768..+32767):
32767
-> Number of the variables (max 128):
3
-> Names of the variables (max 4 character):
TX
TY
TZ
-> Number of observations (max 255):
3
-> List of observations (range -32768..+32767, columns are separated with TABs):
119    24    1
295    13    1
139     7    1

```

2. Futassa a Straitjacket-et: C:\STRJCKT\STRJCKT.EXE

3. A logo képernyőből történő kilépés után a következőket láthatja:



A 3D egységkocka-diagramm a normalizált adatbázist mutatja.

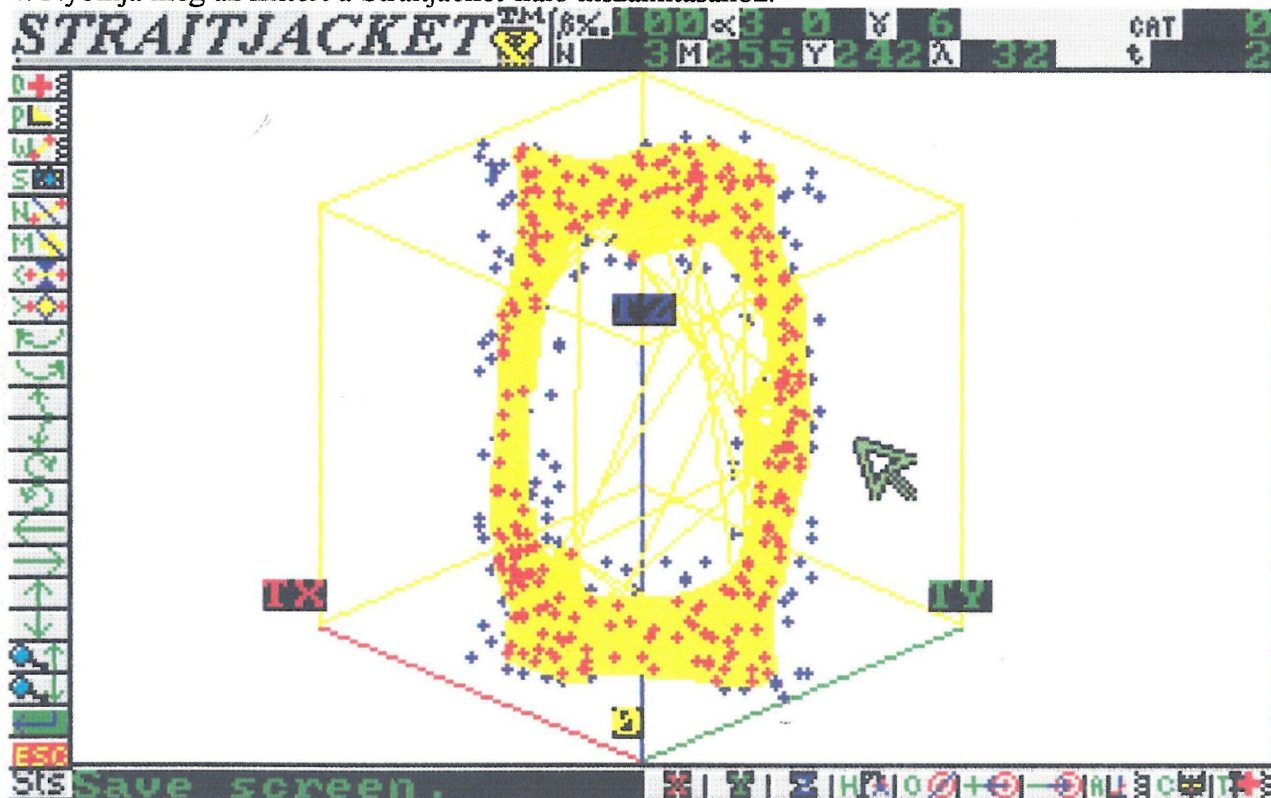


- A diagramm forgatható, mozgatható, nagyítható joystick, billentyűzet és egér segítségével is (lásd a vezérlések jegyzékét)
- Az adatbázis elemei kék kereszttekkel jelöltek (kezdetben, minden neuron egy adatbázis-elemen helyezkedik el, ezért nem láthatóak)
- A neuronok vörös kereszttekkel jelöltek
- A hiányzó értékekkel rendelkező koordináta pontok a kockán kívül jelennek meg. **M** lenyomásával lehet őket eltüntetni:
- A hiányzó értékű adatbázis elemek sárga kereszttekkel jelöltek.
- A hiányzó értékű neuronok zöld kereszttekkel jelöltek.
- Kezdetkor, a normalizált adatbázis elmenthető az output fájlba **D** megnyomásával.
- Ha több, mint három változó van, a koordinátatengelyeken megjelenített változók **X**, **Y** és **Z** megnyomásával változathatók.
- A neuronok adatai megtekinthetők, ha a nyíl formájú egérkurzor csúcsával rámutat a megfelelő vörös keresztre (az egérkurzor nagyító formájúra vált, ha eltalálta a keresztet) ezután a státuszsorban leolvashatja a következőket:

**a neuron száma: súlya / X koordinátája, Y koordinátája, Z koordinátája**

- A diagramm képe **S** megnyomásával menthető el a képernyőmentési fájlba.

4. Nyomja meg az Entert a Straitjacket-háló kiszámításához:

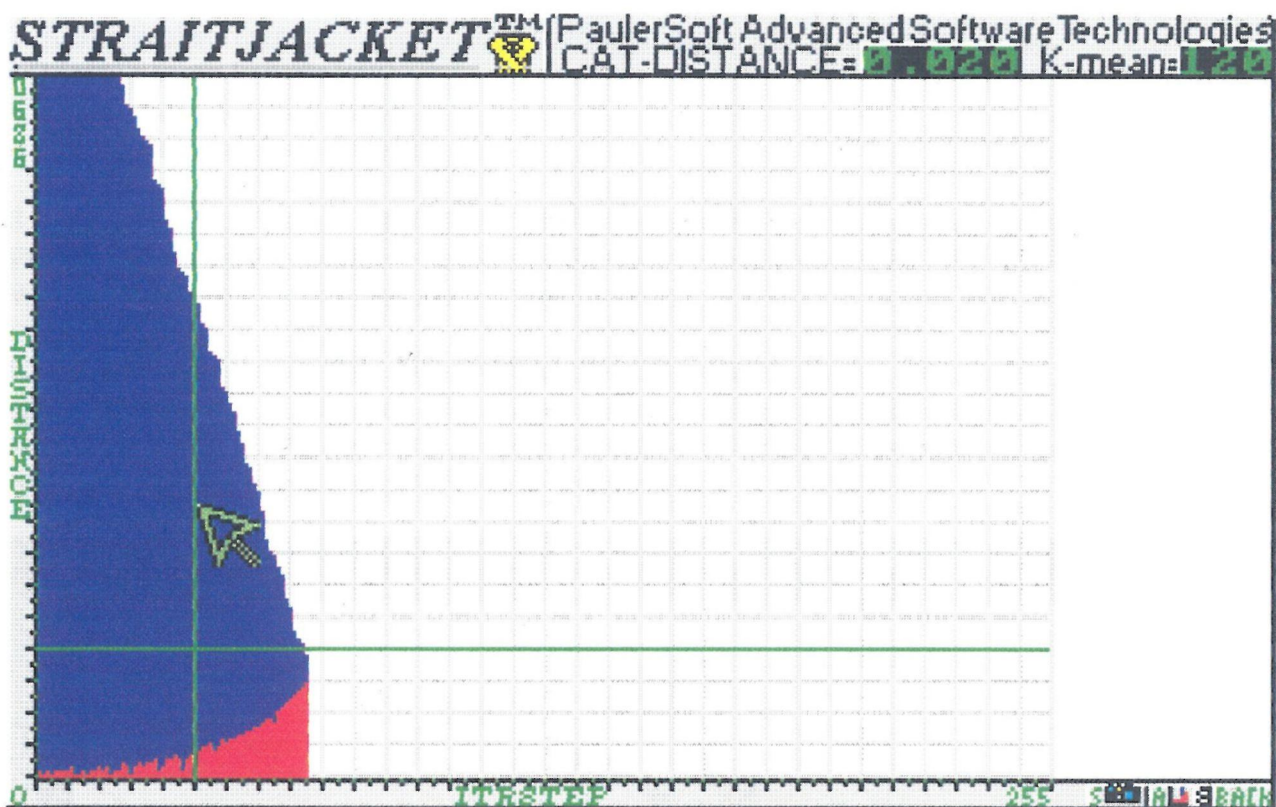


A Straitjacket-háló súlyai, mint különböző vastagságú, a neuronok pontjait összekötő, sárga színű vonalak jelennek meg.

- A vonalak vastagsága **<** és **>** billentyűkkel változtatható
- A háló **N** gombbal elrejthető
- A szomszéd-távolság eloszlási profilok inverzei **P** gombbal írhatók az output fájlhoz

5. Nyomja meg az Entert a klaszterezési iteráció elkezdéséhez.

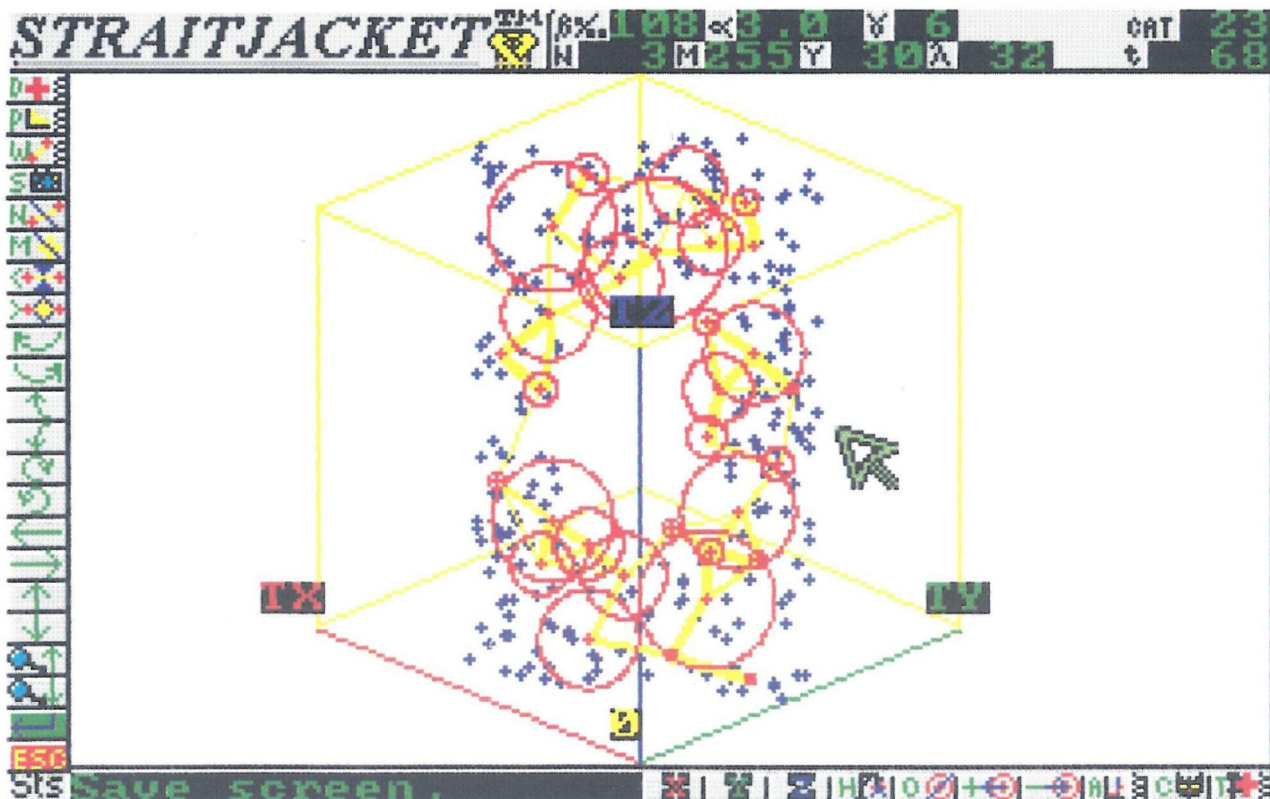
- Az iteráció **H** gombbal függeszthető fel.
- A **C** gombbal előhívhatja a CAT táblát, ahol nyomon követheti az aktív neuronok számának csökkenését (kék diagramm) és a CAT-távolság növekedését (piros diagramm)



- Ha szükséges, Enter megnyomásával manuálisan befejezheti az iterációt.

6. Az iteráció zárásakor a rendszer kiszámítja a záró Straitjacket-hálót, és megjeleníti a neuronok súlyait a neuronok pontjai köré írt vörös körök segítségével. A körök átmérője arányos a neuronok súlyával.

- A körök átmérője + és - gombokkal változtatható, O gombbal a köröket el lehet rejtetni.





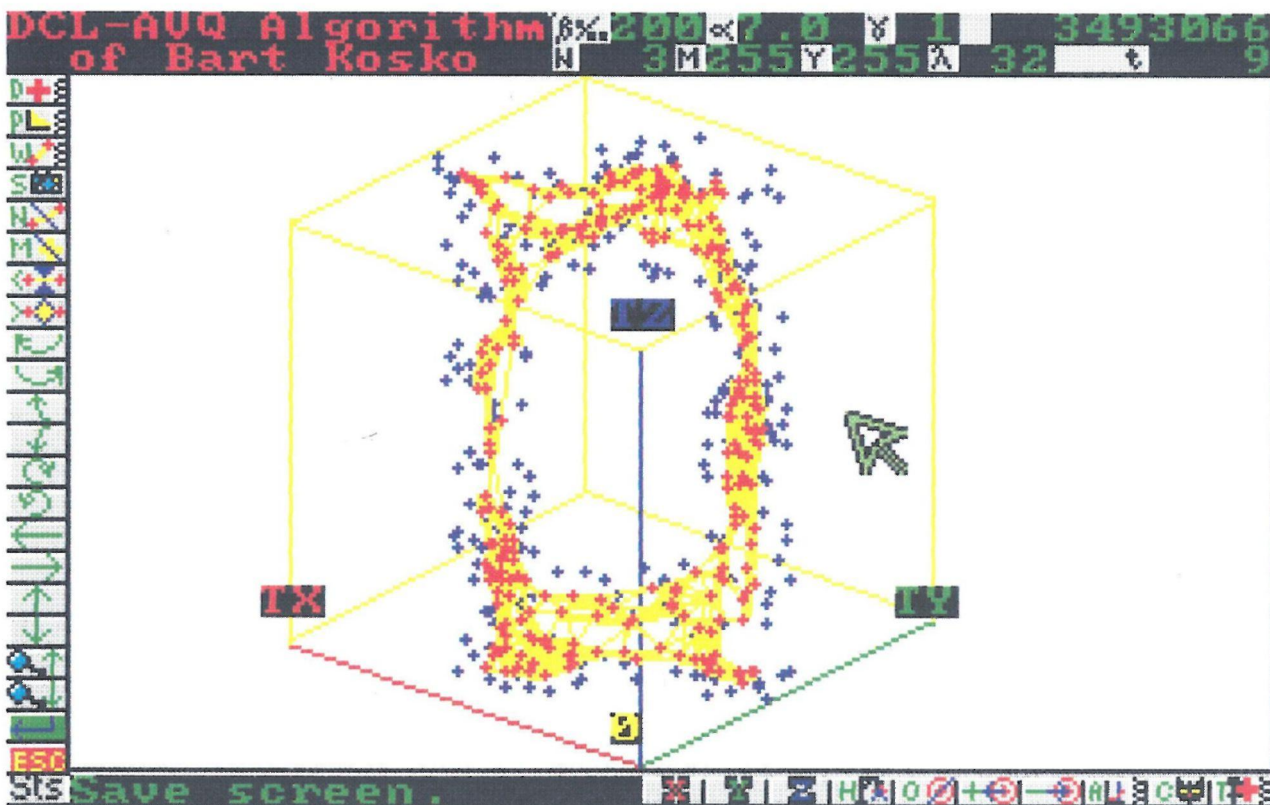
7. A Straitjacket részeredményeit a következő gombokkal írhatja az output fájlhoz:

- **D** (záró neuron koordináták)
- **W** (záró neuron- és hálósúlyok)
- **A** (CAT és terminációs táblázat)

8. Nyomja meg az Entert a DEFAULT.TRN fájl elkészítéséhez és a program befejezéséhez.

**FONTOS!** Ha itt Esc-vel lép ki, a Straitjacket nem aktualizálja DEFAULT.TRN-t, így az F-Wing rendszer nem fogja megkapni az új eredményeket.

**Kiegészítő megjegyzés:** Ha a DEFAULT.INP fájlban a '-> Theory of learning:' pontot 2-re állítja, a rendszer a Kosko-féle DCL-AVQ működését fogja szimulálni (lásd az ábrát alább), míg az F-Wing Fuzzy Asszociatív Memóriaként fog működni. Így összehasonlíthatóvá válik a Straitjacket+F-Wing és a DCL-AVQ+FAM teljesítménye.



A DCL-AVQ kezelése nagymértékben hasonló a fent leírtakhoz, két pontot kivéve:

- A CAT-táblán nem látható semmi.
- A paraméter kijelző ablakban fent jobbra nem a CAT-távolság látható, hanem a Ljapunov-függvény értéke

A DCL-AVQ automatikusan megáll, ha a Ljapunov függvényérték két periódus közt nem változik meg. Az algoritmus manuálisan is megállítható Enter megnyomásával.

Végül még egyszer nyomja meg az Entert a DEFAULT.TRN fájl elkészítéséhez és a program befejezéséhez.

### 3.3. Hibaelhárítás a Straitjacket-nél

A leggyakoribb problémák:

1. Nincs elég alsó memória:




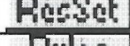

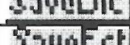


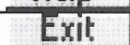













- Helyezzen át néhány meghajtóprogramot a felső memóriába DEVICEHIGH= révén.
- Használjon MEMMAKER-t.
- Ha az operációs rendszere DOS 5.5 vagy újabb, készítsen egy külön bootup menüt, ami csak az egérmeghajtót és a felsőmemória meghajtóját tartalmazza.

2. A logo képernyő után a következő hibaüzenet látható: 'CANNOT FIND .... IN DEFAULT.INP'






- Megváltoztatta a DEFAULT.INP formátumát, vagy illegális értéket adott valamelyik paraméternek, ezért a rendszer nem találja. Próbálja meg visszaállítani az eredeti formátumot a TEST.INP fájl alapján.

## 4. Az F-Wing Fuzzy Modellfüggetlen Becslési Rendszer





### 4.1. Az F-Wing vezérlési jegyzéke

Egér	Billentyűzet	Joystick / parancsszó	Funkció
<b>Főmenü vezérlések</b>			
	F1	'cartprod'	Fuzzy Descartes szorzatra váltás
	F2	'fuzzydictionary'	Fuzzy szótárra váltás
	F3	'estimation'	Automatikus becslés
	F4	'resultingsets'	Manuális becslés, eredmény fuzzy halmaz mutat.
	F5	'fuzzyrules'	A fuzzy szabályok áttekintése
	F6	'savedictionary'	A fuzzy szótár mentése
	F7	'saveestimation'	A manuális becslés eredményeinek mentése
	F8	'saverules'	A fuzzy szabályok mentése
	F9	'help'	Súgó
	F10, ESC	'quitprogram'	Kilépés a programból
<b>Munkaasztali vezérlések</b>			
	X		Az X tengelyen mutatott változó lecserélése
	Y		Az Y tengelyen mutatott változó lecserélése
	O		A neuron súly körök elrejtése/mutatása
	+		A neuron súly körök nagyítása
	-		A neuron súly körök kicsinyítése
	M		A hiányzó értékű pontok elrejtése/mutatása
	<		A háló vékonyítása
	>		A háló vastagítása
	kurzor bal	balra	A 3D-diagramm balra fordítása
	kurzor jobb	jobbra	A 3D-diagramm jobbra fordítása
	numpad 4	2.g.+balra	A 3D-diagramm balra tolása
	numpad 6	2.g.+jobbra	A 3D-diagramm jobbra tolása


















	numpad 8	2.g.+fel	A 3D-diagramm felfele tolása
	numpad 2	2.g.+le	A 3D-diagramm lefele tolása
	Home	tűz+le	A 3D-diagramm nagyítása
	End	tűz+fel	A 3D-diagramm kicsinyítése
	S		Az aktuális képernyő elmentése








### Hangrendszer vezérlések

	E		A hangparancs-értelmező inaktíválása/aktíválása
	C		A parancsszavak kalibrálása
	R		Az utolsó hangüzenet visszajátszása
	Q		A narrátor inaktíválása/aktíválása

### A Fuzzy Szótár Szerkesztő vezérlései

			Az X tengelyen mutatott fuzzy változó váltása
			Az Y tengelyen mutatott fuzzy változó váltása
			Az előző fuzzy értékre váltás
			A következő fuzzy értékre váltás
			A fuzzy érték bal lábának csökkentése
			A fuzzy érték bal lábának növelése
			A fuzzy érték csúcsának csökkentése
			A fuzzy érték csúcsának növelése
			A fuzzy érték jobb lábának növelése
			A fuzzy érték jobb lábának csökkentése
			A bal szárny növelése
			A bal szárny csökkentése
			A jobb szárny növelése
			A jobb szárny csökkentése
	V		A fuzzy érték átnevezése

### Az Eredmény Fuzzy Halmaz Néző vezérlései

	F		A fuzziság fokának növelése
	G		A fuzziság fokának csökkentése
	cursor up		Az előző változóra, mint alaphalmazra váltás
	cursor down		A következő változóra, mint alaphalmazra váltás
	A		Az előző becsülendő vektorra váltás
	Z		A következő becsülendő vektorra váltás
	H		A becslés felfüggesztése

## 4.2. Hogyan használja az F-Wing-et?

1. Az F-Wing futtatásához szükség van a Straitjacket rendszerrel előzetesen elkészített DEFAULT.TRN fájlra. Az F-Wing a becsülendő vektorokat egy DEFAULT.EST nevű szövegfájlban várja:

### A DEFAULT.EST szövegfájl formátuma

```
*** PaulerSoft Estimation File. ***
->Number of the vectors to estimate (max. 255):
3
->Number of the variable to display (in case of Kosko's FAM - to estimate):
3
->Number of best matching points to compute at every vector(2..32):
32
->Estimating vectors(Form of vectors by DEFAULT.INP, missing values:32767):
8613 7514 32767
11618 11456 32767
32767 4961 32767
```

Az oszlopok tabulátorral vannak elválasztva, az ismeretlen értékeket 32767 jelöli.

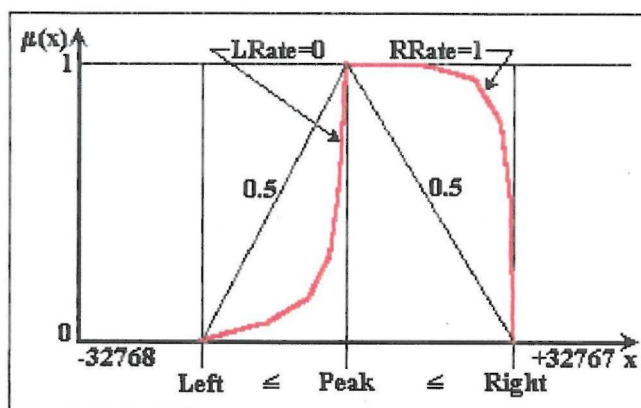
Az F-Wing Kosko-féle FAM üzemmódjának működéséhez szintűgy szükséges az aktuális döntési probléma fuzzy nyelvi változókból álló fuzzy szótárát megadni egy DEFAULT.DIC nevű szövegfájlban:

### A DEFAULT.DIC szövegfájl formátuma

```
*** PaulerSoft Fuzzy Dictionary ***
->Number of fuzzy linguistic variables (max. 128):
3
->Data of fuzzy linguistic variables:
Name      Values Phonem
(4char) [1..9] (20char)
-----
TX        5      Test X
TY        5      Test Y
TZ        5      Test Z
->Description of fuzzy values in fuzzy linguistic variable TX :
Value Left LRate Peak RRate Right Phonem
(4char) [±2^15] [0..1] [±2^15] [0..1] [±2^15] (12char)
-----
tiny      0      0.500 0      0.500 4096 tiny
low       0      0.500 4096 0.500 8192 low
med       4096 0.500 8192 0.500 12288 medium
high      8192 0.500 12288 0.500 16384 high
top       12288 0.500 16384 0.500 16384 top
->Description of fuzzy values in fuzzy linguistic variable TY :
Value Left LRate Peak RRate Right Phonem
(4char) [±2^15] [0..1] [±2^15] [0..1] [±2^15] (12char)
-----
tiny      0      0.500 0      0.500 4096 tiny
low       0      0.500 4096 0.500 8192 low
med       4096 0.500 8192 0.500 12288 medium
high      8192 0.500 12288 0.500 16384 high
top       12288 0.500 16384 0.500 16384 top
->Description of fuzzy values in fuzzy linguistic variable TZ :
Value Left LRate Peak RRate Right Phonem
(4char) [±2^15] [0..1] [±2^15] [0..1] [±2^15] (12char)
-----
tiny      0      0.500 0      0.500 4096 tiny
low       0      0.500 4096 0.500 8192 low
med       4096 0.500 8192 0.500 12288 medium
high      8192 0.500 12288 0.500 16384 high
top       12288 0.500 16384 0.500 16384 top
```

Az oszlopokat tabulátorok választják el.

Az F-Wing a következő fuzzy halmaz (fuzzy érték) formát alkalmazza:



Ha értékelést szeretne kapni a becslés hatékonyságáról, megadhatja a becslendő vektorok ex-post értékeit, és az ex-post értékek körüli konfidencia-intervallumot, ahová eső becslés még elfogadható a DEFAULT.CTR szövegfájlban

#### A DEFAULT.CTR szövegfájl formátuma:

```
*** PaulerSoft control file. ***
->Confidency half-intervals by each variables:
200    200    200
->Control vectors (form vectors by DEFAULT.EST file):
8613   7514   8064
11618  11456  11537
6000   4961   5480
```

A kontrol vektorok formátumának, sorrendjének és számának szigorúan meg kell egyezni a becslendő vektorok jellemzőivel.

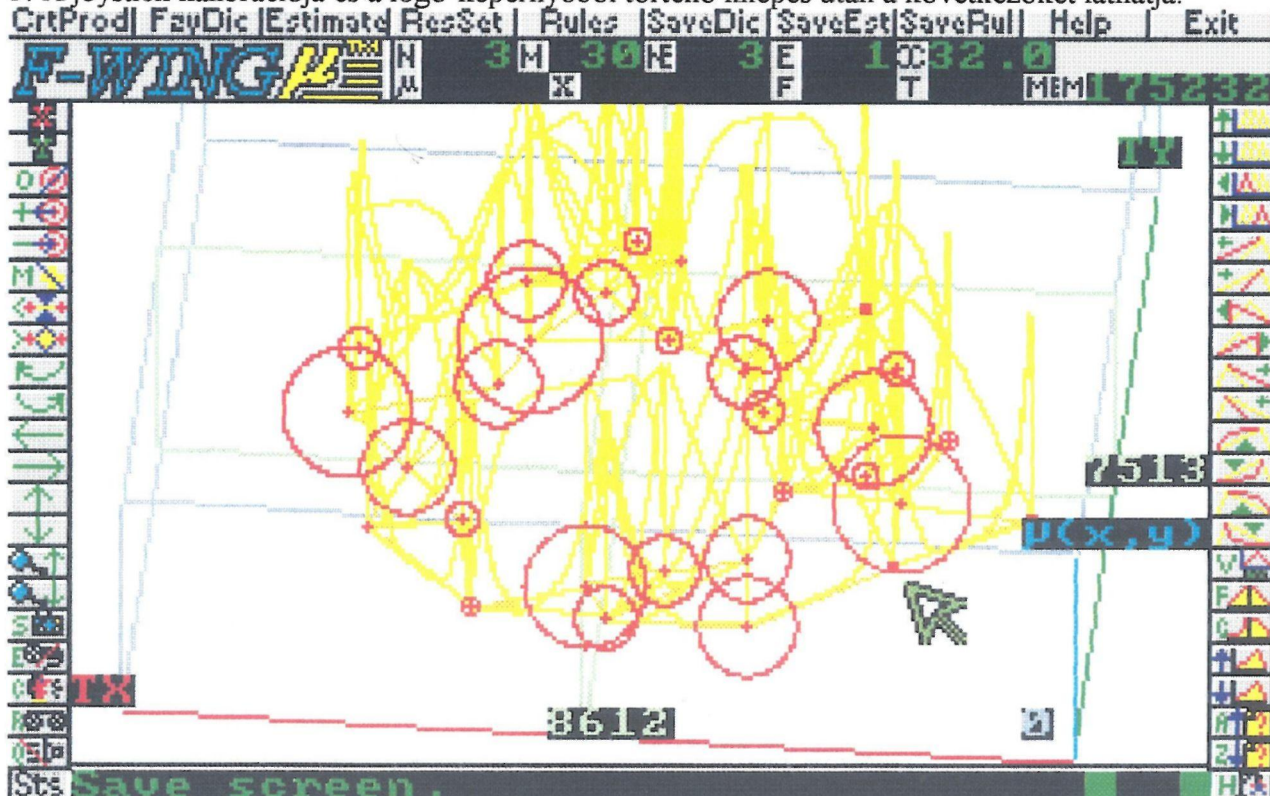
2. Ha megfelelően beállított, SoundBlaster-kompatibilis hangkártyával rendelkezik, az F-Winget a következő módon futtathatja:

C:\STRJCKT\FWING.BAT

Ha nincs hangkártyája, vagy memória problémák merültek fel az FWING.BAT -nál, futassa:

C:\STRJCKT\NOWING.EXE

3. A joystick kalibrációja és a logo-képernyőből történő kilépés után a következőket láthatja:





Ez a fuzzy rendszer fuzzy Descartes-szorzata, amely a Straitjacket-tel előállított, és a DEFAULT.TRN fájlban átadott alaktérképen alapul.

- Az X és Y tengelyeken a kiválasztott döntési változók láthatók, amíg a Z tengely a tagsági értékeket jeleníti meg a [0,1] intervallumban.

- A sárga színű csúcsok fuzzy wing függvények a narancsszínű vonalak jelezte Straitjacket-háló élek felett.



- Hasonlóan a Straitjacket-hez a vörös keresztek neuron pozíciókat, a vörös körök neuron súlyokat jeleznek.

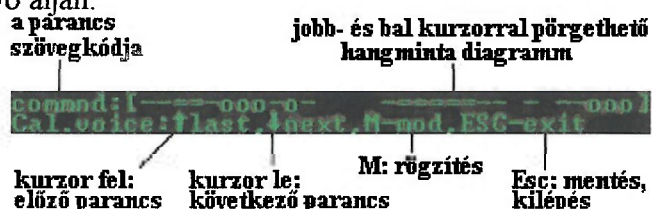
- A zöld vonalak az aktuális becslendő vektor meglévő értékeihez tartozó hipersíkokat jelenítik meg. Maguk az értékek sötétzölden jelennek meg.

- Az N mező a döntési változók számát, az M az output neuronok számát, az NE a becslendő vektorok számát, az E az aktuális becslendő vektor számát,  $\chi$  mező a fuzziság fokát mutatja.



A fuzzy Descartes-szorzat diagrammját a baloldali eszközpanel nyomógombjaival lehet vezérelni, hasonló módon a Straitjacket-nél leírtakhoz, kivéve, hogy a diagramm nem forgatható X és Y tengely körül.

- Ha az egérkurzorral rámutat egy output neuronra, a rendszer közli a kódját, súlyát, és koordinátáit.

4. Az F-Wing hang dialógus vezérlési rendszerrel rendelkezik. A rendszer szóbeli üzeneteket közöl Önnel, és Ön előre definiált hangparancsokkal vezérelheti a rendszert (lásd a vezérlések jegyzékét). A hangrögzítés automatikusan indul az Ön hangjára és két másodpercig tart. A státuszsor végén világító világoszöld négyzet (lásd az ábrát fent) jelzi, hogy a rendszer kész az Ön parancsait fogadni. A vörös négyzet megjelenése azt jelzi, hogy a felismerő dolgozik, és nem tud új parancsot fogadni. Ha a mikrofon zajos, elektronikus zavarásnak, mechanikai rezgéseknek van kitéve, vagy a háttér nagyon zajos, előfordulhat, hogy a rendszer megállás nélkül azt mondja '**Cannot understand, try again**', vagy pedig sorozatosan téves parancsot ismer fel. Ez esetben jobb a hangvezérlést inaktíválni E gomb vagy  megnyomásával. Erősen ajánljuk, hogy mielőtt használni kezdené a hangvezérlést, kalibrálja át a parancsszavakat a saját hangjához C gomb vagy  megnyomásával. Egy szerkesztősáv jelenik meg a képernyő alján:



A parancsok közt kurzor le és fel révén lehet lépegetni, a hangminta diagramm jobb és bal kurzorral pörgethető. A megfelelő parancs kiválasztása után nyomja meg az M-et a rögzítés indításához. A sáv villogni kezd, és a rendszer kéri, hogy mondja a megadott szót. A rögzítés után S lenyomásával mentheti el az új hangmintát. Ismételje meg ezt a folyamatot háromszor vagy négyszer, anélkül, hogy más parancsot választana. Ezen a módon a rendszer megtanulja a hangját. Az új beállítások Esc-vel történő kilépéskor automatikusan mentésre kerülnek.

5. Nyomja meg az F3-at vagy a Estimate gombot, vagy mondja azt, hogy '**estimation**' az automatikus becslési folyamat indításához. A becslés előtt, a rendszer fuzzisági fokát F és G gombokkal, valamint  és  megnyomásával szabályozhatja. A becslés minden becslendő vektor esetén meghatározza a legjobban illeszkedő becslések listáit, és az eredményt kiírja a DEFAULT.FZY fájlba. A listák élén mindig az eredeti becslendő vektor szerepel, alatta a becslések csökkenő illeszkedési sorrendben. A 'From' és 'To' jelzésű oszlopok az adott becslés alapjául szolgáló fuzzy wing két output neuronjának kódjait mutatják. Ha DEFAULT.CTR fájlban ex-post adatok is rendelkezésre állnak, a rendszer statisztikát készít a



becslés hatékonyságáról, számba véve a becsléseket, amelyek az adott döntési változó szerint, illetve az egész vektor tekintetében a konfidencia intervallumokba estek.

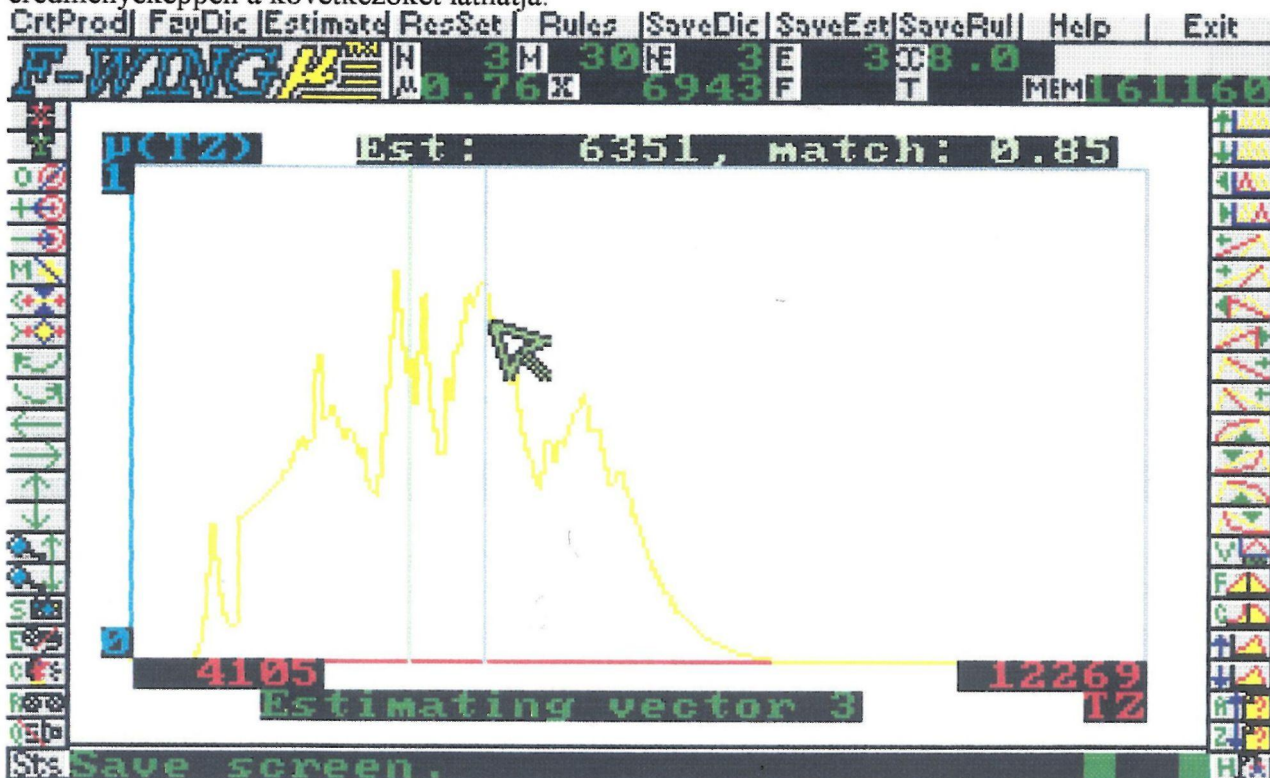
### A DEFAULT.FZY szövegfájl formátuma

```

*** PaulerSoft F-Wing System estimation results file. ***
->Estimating vector number 1
  VARNUM: 1      2      3
MATCH FROM TO TX TY TZ
orig. - - 8478 7507 ???
0.122 214 116 8612 7513 8052
0.067 233 85 8612 7513 8144
0.063 207 66 8612 7513 8239
0.039 226 247 8612 7513 8097
0.039 235 87 8612 7513 8033
->Estimating vector number 2
  VARNUM: 1      2      3
MATCH FROM TO TX TY TZ
orig. - - 11636 11829 ???
0.149 247 161 11617 11455 11621
0.141 116 247 11617 11455 11648
0.125 116 239 11617 11455 11361
0.106 247 85 11617 11455 11413
0.016 239 161 11617 11455 11136
->Estimating vector number 3
  VARNUM: 1      2      3
MATCH FROM TO TX TY TZ
orig. - - ??? 4708 ???
0.855 214 213 7743 4960 6351
0.800 214 233 7948 4960 6454
0.800 214 155 7527 4960 6242
0.773 233 85 8855 4960 6906
0.769 214 87 7979 4960 6470
->Estimation result statistics (percentage of estimations laying
  in the confidency interval of proper control vector values):
VARNUM VARNAM CONFRAD FOUND
overall - - 0.67
1 TX 200 0.00
2 TY 200 No est.
3 TZ 200 0.67

```

6. Ha az egyes becslések parciális eredmény fuzzy halmazait is meg szeretné vizsgálni, nyomja meg az F4-et, vagy a **ResSet** gombot, vagy mondja azt, hogy 'resultingsets'. A becslés eredményeképpen a következőket láthatja:

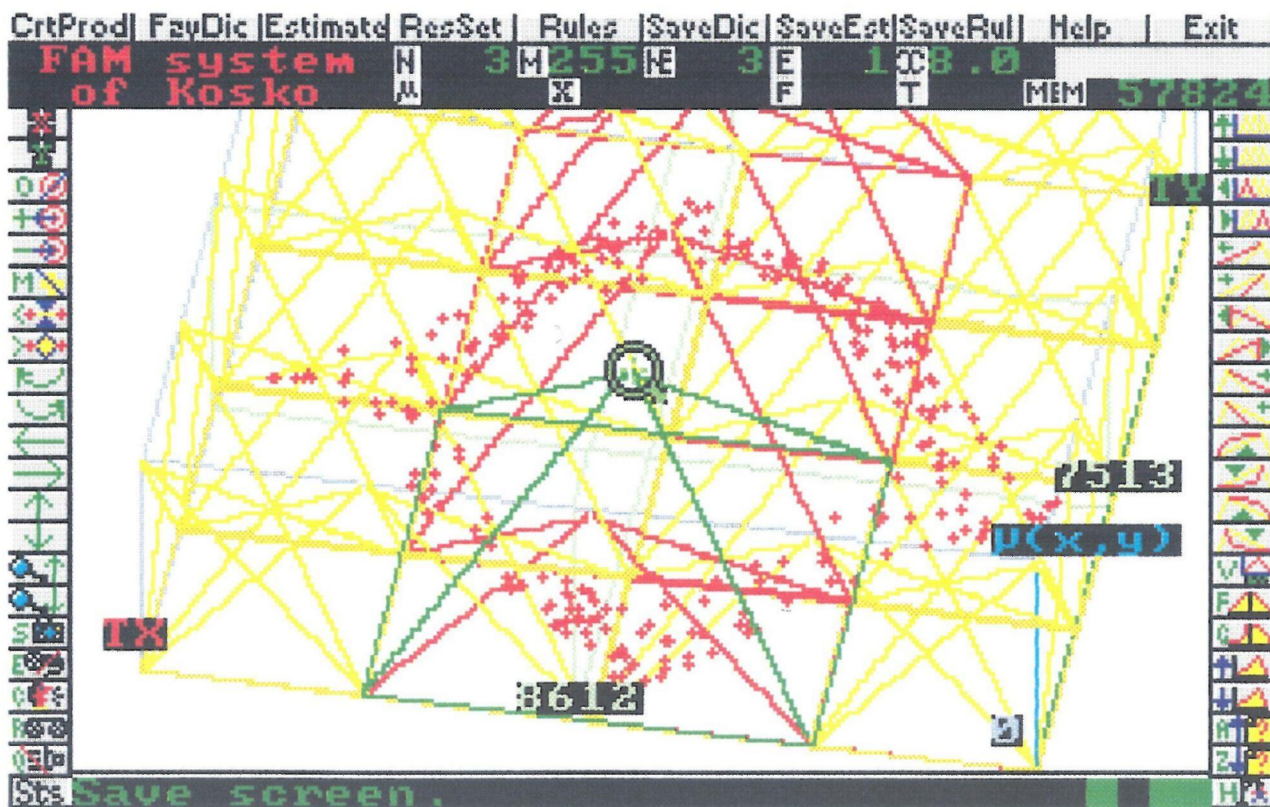


Az ábrán a 3. számú becslendő vektor 'TZ' változó szerinti parciális eredmény fuzzy halmazát láthatja.

- Ha horizontális tengely az alaphalmaz-változó tengelye. A változót **kurzor fel** (↑) vagy **le** (↓) révén vagy **X** illetve **↔** megnyomásával direkt módon változtathatja.
- A függőleges tengely a tagságfüggvény érték.
- A sárga profil az eredmény fuzzy halmaz.
- A zöld vonal és sötétzöld számok a legjobban illeszkedő becslés megfelelő elemét jelzik.
- A m és X mező a kék metszővonalhoz tartozó tagságfüggvény- és alaphalmaz értéket mutatják, amely az egérkurzort kíséri.
- Az aktuális becslési vektor **A** és **Z** vagy **↔** és **↔** gombokkal változtatható.
- Az eredmény fuzzy halmaz megtekintése felfüggeszthető **H** vagy **↔** megnyomásával.
- Az aktuális, manuális becslés eredményét is el lehet menteni DEFAULT.FZY fájlba **F7** illetve **SaveEst**, valamint a 'saveestimation' parancs révén.

7. A programból **F10**-zel, **Esc**-vel vagy **Exit** nyomógommbal, illetve 'quitprogram' paranccsal léphet ki.

**Kiegészítő megjegyzés:** Ha az F-Wing Fuzzy Asszociatív Memóriaként fut, a fuzzy Descartes-szorzatban fuzzy hipergúla láthatók fuzzy wingek helyett:



A FAM kezelése meglehetősen hasonló az F-Wingéhez, kivéve hogy itt nincs lehetőség a parciális eredmény fuzzy halmazok megtekintésére. A fuzzy hipergúla a Fuzzy Szótár Szerkesztő nyomógombjaival szerkeszthetők (lásd a vezérlések jegyzékét). Egérkurzossal a fuzzy hipergúla csúcsára mutattva, a rendszer közli a hipergúla-hoz kapcsolódó fuzzy propozíciót (fuzzy szabályt).

### 4.3. Hibaelhárítás az F-Wing-nél

A leggyakoribb problémák:

1. Nincs elég alsó memória:

- Helyezzen át néhány meghajtóprogramot a felső memóriába DEVICEHIGH= révén.
- Használjon MEMMAKER-t.
- DOS 5.5 vagy újabb verzió esetén készítsen új bootup menüt, amely csak az egérmeghajtót és a felső memória meghajtót tartalmazza.
- Használja a NOWING.EXE-t az FWING.BAT helyett

2. Ha a logo képernyőből történő kilépés után hibaüzenetet kap: 'CANNOT FIND .... '

- Megváltoztatta a DEFAULT.EST vagy a DEFAULT.DIC fájl formátumát, vagy illegális értéket adott valamely paraméternek, ezért a rendszer képtelen megtalálni. Próbálja meg visszaállítani az eredeti formátumot a felhasználói tájékoztató alapján.

3. A rendszer állandóan azt ismételteti 'Cannot understand, try again', vagy különféle műveletekbe kezd, anélkül, hogy erre parancsot kapott volna:

- Nyomja meg az **E** gombot és olvassa el a felhasználói tájékoztató 4.2. részének 4. pontját

4. A rendszer a legtöbb parancsot félreérti, vagy minden parancsra 'Cannot understand, try again'-t válaszol:

- Nyomja meg a **C** gombot a parancsszavak újrakalibrálásához.

### 5. Szíves tájékoztatásul

Ha bármilyen kérdése, vagy problémája van programunkkal kapcsolatban, kérjük vegye fel velünk a kapcsolatot: Tel/fax: +36-72-445-636 e-mail: pauler@ktk.jpte.hu Készen állunk rá, hogy segítsünk Önnek.



Éves beszámoló**Eszközök**

sorsz.	A tétel megnevezése	t - 2 év	Előző év	Tárgyév	Terv
a	b	c	d	e	f
01.	A. Befektetett eszközök	744090	714200	731012	731012
02.	I. Immateriális javak	256686	252698	255301	255301
03.	Vagyoni értékű jogok	0	0	0	0
04.	Üzleti vagy cégérték	0	0	0	0
05.	Szellemi termékek	0	0	0	0
06.	Kísérleti fejlesztés aktivált ért.	0	0	0	0
07.	Alapítás-szervezés aktivált ért.	0	0	0	0
08.	II. Tárgyi eszközök	342458	391770	388668	388668
09.	Ingatlanok	0	0	0	0
10.	Műszaki berendezések, gépek	338856	390419	386760	386760
11.	Egyéb berendezések, felsz.	0	0	0	0
12.	Beruházások	3602	1351	1908	1908
13.	Beruházásokra adott előlegek	0	0	0	0
14.	III. Befektetett pénzügyi eszk.	144946	69732	87043	87043
15.	Részesedések	0	0	0	0
16.	Értékpapírok	0	0	0	0
17.	Adott kölcsönök	0	0	0	0
18.	Hosszú lejáratú bankbetétek	0	0	0	0
19.	B. Forgóeszközök	559087	624984	606072	606072
20.	I. Készletek	251458	411472	265928	265928
21.	Anyagok	0	0	0	0
22.	Árúk	0	0	0	0
23.	Készletre adott előlegek	0	0	0	0
24.	Állatok	0	0	0	0
25.	Befejezetlen termelés, félkész.	0	0	0	0
26.	Késztermékek	0	0	0	0
27.	II. Követelések	295573	213281	327301	327301
28.	Vevőktől követelések	295573	213281	327301	327301
29.	Váltókövetelések	0	0	0	0
30.	Jegyzett, de be nem fiz. tőke	0	0	0	0
31.	Alapítókka szembeni köv.	0	0	0	0
32.	Egyéb követelések	0	0	0	0
33.	III. Értékpapírok	3618	0	7375	7375
34.	Eladásra vásárolt kötvények	0	0	0	0
35.	Saját részvény, üzletrész	0	0	0	0
36.	Egyéb értékpapírok	0	0	0	0
37.	IV. Pénzeszközök	8438	231	5468	5468
38.	Pénztár, csekkek	0	0	0	0
39.	Bankbetétek	0	0	0	0
40.	C. Aktív időbeli elhatárolások	3744	30340	18661	18661
41.	Eszközök összesen	1308921	1368524	1355745	1355745

**Források**

sorsz.	A tétel megnevezése	t - 2 év	Előző év	Tárgyév	Terv
a	b	c	d	e	e
42.	D. saját tőke	1009184	1025042	1010685	1010685
43.	I. Jegyzett tőke	752899	752899	752899	752899
44.	II. Tőketartalék	0	0	0	0
45.	III. Eredménytartalék	256218	264845	257707	257707
46.	IV. Előző évek áthozott vesztl.	0	0	0	0
47.	V. Mérleg szerinti eredmény	67	7298	79	79
48.	E. Céltartalékok	12418	0	7234	7234

49.	1. Céltartalék várható vesztes.	0	0	0	0
50.	2. Céltartalék várható köteleze	0	0	0	0
51.	3. Egyébb céltartalék	0	0	0	0
52.	F. Kötelezettségek	268648	318877	315528	315528
53.	I. Hosszú lejáratú kötelezettség	0	3403	0	0
54.	Beruházási és fejlesztési hitelek	0	0	0	0
55.	Egyéb hosszúlejáratú hitel	0	3403	0	0
56.	Hosszú lejáratra kapott kölcsör	0	0	0	0
57.	Tartozások kötvény kibocsátás	0	0	0	0
58.	Alapítókka szembeni kötelez.	0	0	0	0
59.	Egyéb hosz.lej.kötelezetts	0	0	0	0
60.	II. Rövid lejáratú kötelezettség	268648	315474	315528	315528
61.	Vevőtől kapott előleg	1340	0	0	0
62.	Szállítók	36885	128133	59592	59592
63.	Váltótartozások	20775	0	15194	15194
64.	Rövid lejáratú hitelek	209648	187341	240742	240742
65.	Rövid lejáratú kölcsönök	0	0	0	0
66.	Egyébb rövid lejáratú kötelez.	0	0	0	0
67.	G. Passzív időbeli elhatárolás	16671	25605	22298	22298
82.	Források összesen	1306921	1369524	1355745	1355745

"A" öszsktg. eredménykimutatás

Tétel	A tétel megnevezése	t - 2 év	Előző év	Tárgyév	Terv
a	b	c	d	e	e
01.	Belföldi értékesítés nettó árbev	2225317	1570793	1477905	1477905
02.	Export értékesítés nettó árbev.	0	0	0	0
I.	Értékesítés nettó árbevétele	2225317	1570793	1477905	1477905
II.	Egyébb bevételek	51560	42143	57043	57043
03.	Saját előáll. eszk. aktivált érték	0	0	0	0
04.	Saját term. készlet állom. vált.	0	0	0	0
III.	Aktivált saját teljesítmény érték	0	0	0	0
05.	Anyagköltség	0	0	0	0
06.	Igénybevezt anyagjellegű szol	0	0	0	0
07.	Eladott árúk beszerzési értéke	0	0	0	0
08.	Álvállalkozói teljesítm. értéke	0	0	0	0
IV.	Anyagjellegű ráfordítások	2099975	1462074	1386304	1386304
09.	Béreköltség	0	0	0	0
10.	Személyi jellegű egyébb kifizet	0	0	0	0
11.	TB-járulék	0	0	0	0
V.	Személyi jellegű ráfordítások	0	0	0	0
VI.	Értécsökkenési leírás	17259	16200	23815	23815
VII.	Egyébb költségek	112600	38318	37140	37140
VIII.	Egyébb ráfordítások	0	0	0	0
A.	Üzleti, üzemi tevék. eredménye	37043	96344	87689	87689
12.	Kapott kamatok	0	0	0	0
13.	Kapott osztalék, részesedés	0	0	0	0
14.	Pénzügyi műv. egyébb bevétele	0	0	0	0
IX.	Pénzügyi műveletek bevételei	12775	33620	4772	4772
15.	Fizetett kamatok	0	0	0	0
16.	Pénzügyi befektetések leírása	0	0	0	0
17.	Pénzügyi műv. egyébb ráfordít.	0	0	0	0
X.	Pénzügyi műveletek ráfordítás	79770	118949	85786	85786
B.	Pénzügyi műveletek eredmény	-66995	-85329	-81014	-81014
C.	Szokásos vállalk. eredmény	-29952	11015	6675	6675
XI.	Rendkívüli bevételek	119286	13952	28139	28139
XII.	Rendkívüli ráfordítások	89267	6751	34735	34735
D.	Rendkívüli eredmény	30019	7201	-6596	-6596

1. Mutatószámokkal történő elemzés

Kilöltendő rovatok

1.1. Kiegészítő adatok:

1.1.1. KSH-számos ágazati besorolás: 5000 (Lásd a technikai lapot!)

1.1.2. A tevékenység jellege: 2 (Lásd a technikai lapot!)

1.1.3. Lízingdíjak:

1.1.4. Hozs.lej.köt. adott évi része:

t - 2 év	Előző év	Tárgyév
0	0	0
1	3403	1

EFt

EFt

1.2. Elemzés

1.2.1. Árbevételearányos eredmény

J-03= A.F. Adózott eredmény =

79 EFt =

0,01 %

A.I.+A.II. Nettó árbevétele =

1534948 EFt

0 pont, max 4

1.2.2. Vagyongarányos eredmény

M-04= A.F. Adózott eredmény =

79 EFt =

0,01 %

M.D.(ny+z)/2 Saját tőke =

1017864 EFt

0 pont, max 10

1.2.3. Készletforgás napokban

R-05= M.B./I. (ny+z)/2 Készletek×360 = 338700 EFt×360 =

79 nap

A.I.+A.II. Nettó árbevétele =

1534948 EFt

4 pont, max 6

1.2.4. Vevőállomány forgás napokban

R-04= M.28. (ny+z)/2 Vevők×360 = 270291 EFt×360 =

63 nap

A.I.+A.II. Nettó árbevétele =

1534948 EFt

0 pont, max 5

1.2.5. Korrigált likviditási mutató

L-01kr= M.B/IV.+M.29. Likvid forgeszk. = 5468 EFt =

0,02

M.F/II. Rövidlejáratú kötelez. =

315528 EFt

0 pont, max 10

1.2.6. Kamat fedezettség

I-05= A.E. Adóz.el.er.+A.15.kamat = 79 EFt =

5

A.15. kamat =

0 EFt

7 pont, max 7

1.2.7. Adósságszolgálati fedezettség

I-08= A.G. Mér.l.sz.er+A.VI.écs+lízing= 23894 EFt =

23894

Adott évi hozs.lej.köt.+lízing=

1 EFt

5 pont, max 5

1.2.8. Adósságarány

I-02= M.F/I. Hozs.lej.köt-lízing = 0 EFt =

0

M.D. Saját tőke =

1010685 EFt

4 pont, max 4

1.2.9. Kötelezettségállomány aránya

I-03= M.F. (ny+z)/2 Kötelezettségek = 317202,5 EFt =

0,23

M.82. (ny+z)/2 Összes forrás =

1362635 EFt

4 pont, max 4

A mutatószámok elemzés összesített pontszáma:

24 pont, max 55



2.1. Lejárt tartozások aránya

Lejárt tartozások =  
M.F. Kötelezettségek =

0

Eft =  
315528 Eft

0

%  

5

pont, max 

5

2.2. Bankkal szembeni késés

A leghosszabb késés:

0

nap =

0

nap  

5

pont, max 

5

2.3. Feketelistán szereplés

Hányszor:

0

alkalom=

0

alkalom  

5

pont, max 

5

2.4. Szerződésállomány-arány

Szerződések –  
A.I.+A.II. Nettó árbevétel =

0

Eft =  
1534948 Eft

0

%  

0

pont, max 

6

2.5. Ismétlődő szerződések aránya

Ismétlődő szerződések =  
Szerződések =

0

Eft =  
0 Eft

0

%  

0

pont, max 

3

3. Dinamikus mutatók

3.1. Vevőállomány forgásidejének változása

$\frac{R-04(t) - R04(t-1)}{R-04(t-1)} =$   
6 nap =  
57 nap

11

%  

0

pont, max 

3

3.2. Nettó árbevétel évi min. 10%-os bővülése

Hány éven keresztül =

0

év  

0

pont, max 

4

3.3. Export részarány évi min. 10%-os növekedése

Hány éven keresztül =

0

év  

0

pont, max 

4

4. Szubjektív elemzés

4.1. A vállalatvezetés személyi alkalmassága

4

pont, max 

5

4.2. A vállalatirányítás színvonala

3

pont, max 

5

4.3. A vállalatvezetés dinamizmusa

5

pont, max 

5

A mérlegen kívüli elemzés összesített pontszáma:

27

pont, max 

50

Az elemzésből elért pontszám, mindösszesen:

51

pont, max 

105

Az elért ügyfélbesorolási osztály:

4

- I. osztály: Jó adós  
II. osztály: Átlagos adós
- III. osztály: Rossz adós  
IV. osztály: Hítelképtelen

Szöveges megjegyzések:

**O bank minősítési rendszere, mutatószámok elemzése****Kifőltendő rovatok****1.1. Likviditási mutató**

$L1 = \frac{M.B. \text{ Forgóeszközök}}{M.F./II. \text{ Rövl.j.köt.}} =$	$\frac{606072 \text{ Eft}}{315528 \text{ Eft}} =$	1,92	
		10	pont, max 15

**1.2. Likviditási gyorsráta**

$\frac{M.B. \text{ Forg.eszk.} - M.B/I. \text{ Készlet}}{M.F./II. \text{ Rövl.j.köt.}} =$	$\frac{340144 \text{ Eft}}{315528 \text{ Eft}} =$	1,08	
		10	pont, max 15

**1.3. Saját tőke aránya**

$\frac{M.D. \text{ Saját tőke}}{M.82. \text{ Összes forrás}} =$	$\frac{1010685 \text{ Eft}}{1355745 \text{ Eft}} =$	0,75	
		15	pont, max 15

**1.4. Adósságszolgálat**

$\frac{A.G. \text{ Mér.ler.} + A/VI. \text{ Értékcsökkt.}}{\text{Hossz.lej.köt évi része}} =$	$\frac{23894 \text{ Eft}}{0 \text{ Eft}} =$	2	
		15	pont, max 15

**1.5. Készletforgás**

$\frac{M.B/I. (ny+z) / 2 \text{ Készletek} \times 360}{A/I. + A/II. \text{ Nettó árbevétel}} =$	$\frac{338700 \text{ Eft} \times 360}{1534948 \text{ Eft}} =$	79	nap
		2	pont, max 3

**1.6. Szállítóforgás**

$\frac{M.62. (ny+z) / 2 \text{ Szállítók} \times 360}{A/I. + A/II. \text{ Nettó árbevétel}} =$	$\frac{93862,5 \text{ Eft} \times 360}{1534948 \text{ Eft}} =$	22	nap
		1	pont, max 2

**1.7. A leghosszabb lejárt tartozás**

Napok száma =	0 nap =	0	nap
		2	pont, max 2

**1.8. Szállítókoncentráció**

$\frac{A \text{ legnagyobb szállító}}{M.62. \text{ Szállítók}} =$	$\frac{5000 \text{ Eft}}{59592 \text{ Eft}} =$	0,08	
		2	pont, max 2

**1.9. Vevőforgás**

$\frac{M.28. (ny+z) / 2 \text{ Vevők} \times 360}{A/I. + A/II. \text{ Nettó árbevétel}} =$	$\frac{270291 \text{ Eft} \times 360}{1534948 \text{ Eft}} =$	63	nap
		0	pont, max 2

**1.10. Lejárt vevőtől követelések**

Maximális hossz =	360 nap =	360	nap
		0	pont, max 2

**1.11. Vevőkoncentráció**

Vevők száma =	120 db =	120	db
		2	pont, max 2

**1.12. A nettó árbevétel növekedése**

$\frac{A/I.(t) + A/II.(t) \text{ Nettó árbevétele}}{A/I.(t-1) + A/II.(t-1) \text{ Nettó árbevétel}} =$	$\frac{1534948 \text{ Eft}}{1612936 \text{ Eft}} =$	0,95	
		0	3

**1.13. Árbevételarányos eredmény**

$\frac{A.F. \text{ Adózott eredmény}}{A/I.(t) + A/II.(t) \text{ Nettó árbevétele}} =$	$\frac{79 \text{ Eft}}{1534948 \text{ Eft}} =$	0	
		0	pont, max 4

**1.14. Eszközarányos eredmény**

$\frac{A.F. \text{ Adózott eredmény}}{M.41. \text{ Összes eszköz}} =$	$\frac{79 \text{ Eft}}{1355745 \text{ Eft}} =$	0	
		0	pont, max 4

**1.15. A saját tőke változása**

$\frac{M.D.(t) \text{ Saját tőke}}{M.D.(t-1) \text{ Saját tőke}} =$	$\frac{1010685 \text{ Eft}}{1025042 \text{ Eft}} =$	0,99	
		0	pont, max 4

**A mutatószámok elemzésében elért pontszám:****59 pont, max 90**



## 1.1. Likviditás

$$L1 = \frac{M.B. Forgóeszközök}{M.F/II. Rövl.lej.köt+Hossz.lej.évi.} = \frac{606072 \text{ Eft}}{315529 \text{ Eft}} =$$

1,92

3 pont, max 3

## 1.2. Adósságszolgálat

$$\frac{A.G. Mérle.er.+A/VI. Értékcsökk.}{Hossz.lej.köt \text{ évi része }} = \frac{23894 \text{ Eft}}{1 \text{ Eft}} =$$

23894

3 pont, max 3

## 1.3. Saját tőke arány

$$\frac{M.D. Saját tőke}{M.82. Összes forrás} = \frac{1010685 \text{ Eft}}{1355745 \text{ Eft}} =$$

0,75

3 pont, max 3

## 1.4. Árbevételarányos eredmény

$$\frac{A.F. Adózott eredmény}{A/I.(t)+A/II.(t) \text{ Nettó árbevétel }} = \frac{79 \text{ Eft}}{1534948 \text{ Eft}} =$$

0

0 pont, max 6

## 1.5. Eszközarányos eredmény

$$\frac{A.F. Adózott eredmény}{M.41. Összes eszköz} = \frac{79 \text{ Eft}}{1355745 \text{ Eft}} =$$

0

0 pont, max 5

## 1.6. Készletforgás

$$\frac{M.B/I.(ny+z)/2 \text{ Készletek} \times 360}{A/I.+A/II. \text{ Nettó árbevétel }} = \frac{338700 \text{ Eft} \times 360}{1534948 \text{ Eft}} =$$

79 nap

2 pont, max 3

## 1.7. Vevőforgás

$$\frac{M.28.(inv+z)/2 \text{ Vevők} \times 360}{A/I.+A/II. \text{ Nettó árbevétel }} = \frac{270291 \text{ Eft} \times 360}{1534948 \text{ Eft}} =$$

63 nap

0 pont, max 3

## 1.8. Exporthányad

$$\frac{A.02. Export ért. nettó árbev.}{A/I.+A/II. \text{ Nettó árbevétel }} = \frac{0 \text{ Eft}}{1534948 \text{ Eft}} =$$

0 nap

0 pont, max 3



## 2.1. Profilválasztás tudatossága

nincs = 0, laza = 1, következetes = 2, cella stratégia = 3

2 pont, max 3

## 2.2. Termékéletciklus

versenyképtelen = 0, leszálló = 1, stagnáló = 2, felszálló = 3

1 pont, max 3

## 2.3. Befektetett eszközök minősége

leírt = 0, elavult = 2, átlagos = 4, korszerű = 6

4 pont, max 6

## 2.4. Üzletirányítás tervszerűsége

nincs = 0, divatkövető = 1, céltudatos = 2, stratégiai gondolkodás = 3

2 pont, max 3

## 2.5. Eredményesség

vesztéses = 0, bizinytalan = 1, átlagos = 2, nagy nyereség hosszú távon = 3

1 pont, max 3

## 2.6. Fizetési fegyelem

sorbanállás = 0, tervszerűtlen = 2, pontos fizetés = 4, biztonsági tartalékot is képez = 6

6 pont, max 6

## 2.7. Számlaforgalom

Átlagos számlaegyenleg =

0 E Ft

0 E Ft

0 pont, max 4

## 2.8. Saját erő részvétele

Saját rész =

3000 E Ft

30

A hitel összege+saját rész =

10000 E Ft

3 pont, max 5

## 2.9. Gazdálkodás színvonala

nincs hatáskör, felelősség eloszt. = 0, laza költekezés = 1, mérlegelő = 2, előretervez = 3

3 pont, max 3

## 2.10. A pályázat színvonala

elfogadhatatlan = 0, hiányos = 1, átlagos = 2, kiváló = 3

2 pont, max 3

## 2.11. A menedzsment gyakorlata

képzetlen = 0, kezdő = 1, beállt = 3, sikeres = 5

3 pont, max 5

## 2.12. A számviteli rendszer minősége

rossz = 0, nincs referencia = 1, átlagos = 2, precíz = 3

2 pont, max 3

## 2.13. Személyes hitel

kétes megbízhatóság = 0, nincs információ = 1, korrekt = 3, régi ügyfél = 5

4 pont, max 5

## 2.14. Piacpolitika

nincs = 0, hanyatló = 1, stabil = 2, offenzív = 3

3 pont, max 3

## 2.15. A hitel vagyoni fedezete

A hitel összege =

10000 E Ft

0,01

M.D. Saját tőke =

1010685 E Ft

6 pont, max 6

## 2.16. A biztosítékok fajtái

nincs = 0, árbevétel engedményezés = 2, kezesség = 4, bankgarancia = 6

2 pont, max 6

A szubjektív elemzés összesített pontszáma

44 pont, max 67

Az elemzés során elért pontszám, mindösszesen:

66 pont, max 125

Ügyféltbesorolási kategória:

2

I. osztály: hitelképes, II. osztály: mérlegelendő, III. osztály: hitelképtelen

Szöveges megjegyzések:



## 1. Statikus elemzés

## 1.1. Vagyonarányos eredmény

VER= A.G. Mérleg szerinti eredmény=	79 E Ft =	0	
M.D. Saját tőke =	1010685 E Ft	4	pont, max 8

## 1.2. Árbevételarányos eredmény

A.G. Mérleg szerinti eredmény=	79 E Ft =	0	
A/I.+A/II. Nettó árbevétel =	1534948 E Ft	1,25	pont, max 2,5

## 1.3. Tőkeellátottság

TEL= M.D. Saját tőke =	1010685 E Ft =	0,75	
M.41. Összes eszköz =	1355745 E Ft	8	pont, max 8

## 1.4. Saját tőke változása

M.D.(t) Saját tőke =	1010685 E Ft =	0,99	
M.D.(t-1) Saját tőke =	1025042 E Ft	0	pont, max 3

## 1.5. Forgótőke ellátottság

FEL= M.B. Forgóeszk.-M.F/II.Röv.lej.k.=	290544 E Ft =	0,49	
M.B/I.Készletek+M.B/II.Követel=	593229 E Ft	2,4	pont, max 8

## 1.6. Befektetett eszközök fedezettsége

M.D.Saját t.+M.F/I.Hosz.lej.köt =	1010685 E Ft =	1,38	
M.A. Befektetett eszközök =	731012 E Ft	0,75	pont, max 2,5

## 1.7. Likviditási gyorsráta

L01= M.B.II.Követel+M.B.IV.Pénzeszk.=	332769 E Ft =	1,05	
M.F/II. Röv.lej.köt =	315528 E Ft	6	pont, max 6

## 1.8. Likviditási mutató

M.B. Forgóeszk.+M.C.Akt.idő.elh.=	624733 E Ft =	1,85	
M.F/II.Röv.lej.köt+M.G.Pasz.id=	337826 E Ft	1	pont, max 2

## 2. Dinamikus elemzés

## 2.1. Vagyonarányos eredmény változása

$\frac{(VER(t) - VER(t-1)) \times 100}{VER(t-1)} =$	$\frac{-0,00704 \times 100}{0,00712} =$	-99 %	
VER (t-1) =	0,00712	0	pont, max 4

## 2.2. Tőkeellátottság változása

$\frac{(TEL(t) - TEL(t-1)) \times 100}{TEL(t-1)} =$	$\frac{-0,00298 \times 100}{0,748466} =$	0 %	
TEL (t-1) =	0,748466	4	pont, max 4

## 2.3. Forgótőke ellátottság változása

$\frac{(FEL(t) - FEL(t-1)) \times 100}{FEL(t-1)} =$	$\frac{-0,00564 \times 100}{0,495412} =$	-1 %	
FEL (t-1) =	0,495412	3,6	pont, max 4

## 2.4. Likviditási gyorsráta változása

$\frac{(L01(t) - L01(t-1)) \times 100}{L01(t-1)} =$	$\frac{0,377844 \times 100}{0,676797} =$	56 %	
L01 (t-1) =	0,676797	3	pont, max 3

## 3. Terv elemzés (minden adat a tervből)

## 3.1. Vagyonarányos eredmény

A.F. Adózott eredmény =	79 E Ft =	0	
M.D. Saját tőke =	1010685 E Ft	1,25	pont, max 2,5

## 3.2. Tőkeellátottság

M.D. Saját tőke =	1010685 E Ft =	0,75	
M.41. Összes eszköz =	1355745 E Ft	2,5	pont, max 2,5

## 3.3. Forgótőke ellátottság

M.B. Forgóeszk.-M.F/II.Röv.lej.k.=	290544 E Ft =	0,49	
M.B/I.Készletek+M.B/II.Követel=	593229 E Ft	0,75	pont, max 2,5

## 3.4. Adósságszolgálat

Hosz.lej.köt jövő évi része =	0 E Ft =	0	
A.G. Mérleg szerinti eredmény	79 E Ft	2,5	pont, max 2,5

A mutatószámok elemzés összpontszáma:

41	pont, max 65
----	--------------

[illegible]

**A kölcsönzés határideje:**

*[The page contains faint horizontal lines suggesting bleed-through from the reverse side.]*

